Eletricidade Aplicada

Corrente:

Os elétrons livres são as partículas carregadas responsáveis pela corrente elétrica em um fio de cobre ou em qualquer outro sólido condutor de eletricidade. A partir da ordenação destes elétrons livres através de um campo elétrico externo (bateria, fonte, pilha) tem-se a formação da **CORRENTE** >>> **I** >>> **A** (ampères).

Tensão:

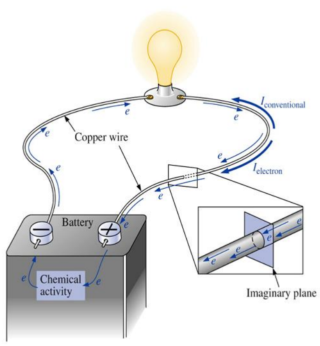
A capacidade de realizar trabalho em cargas elétricas é chamada de energia potencial elétrica das cargas. Entre terminais de uma bateria, pilha ou fonte, existe uma diferença de potencial elétrico. Se conectarmos os 2 terminais através de um condutor, os elétrons acumulados no terminal negativo terão energia suficiente para alcançar o terminal positivo, para o qual são atraídos.

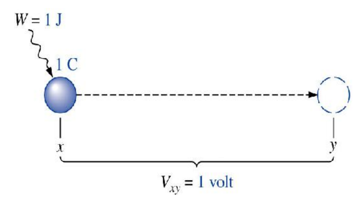
Então, podemos dizer que existe uma diferença de potencial (DDP) de 1 Volt (V) entre 2 pontos se acontece uma troca de energia de 1 Joule (J) quando deslocamos uma carga de 1 Coulomb (C) entre estes 2 pontos.

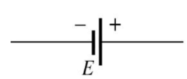
Obs: Potencial ≡ Tensão ≡ Força eletromotriz ≡ Diferença de potencial ≡ Diferença de voltagem.

$$\mathbf{V = W / Q}$$

TENSÃO >>> **V**, **E** ou **U** >>> **V** (volts)



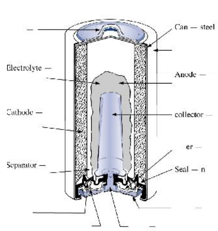


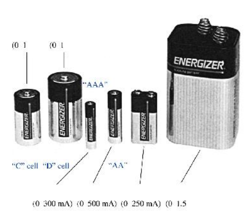


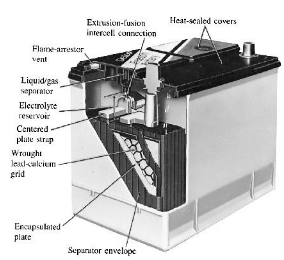
Fontes de corrente contínua (CC):

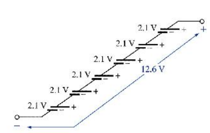
Apresentaremos 3 tipos de fontes de tensão CC:

Baterias e pilhas: Utilizam reações químicas.

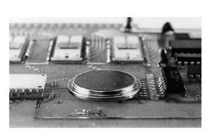








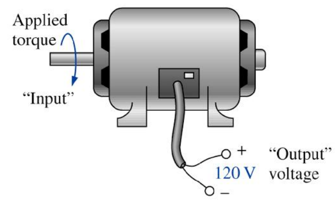
Eveready® BH 500 cell
1.2 V, 500 mAh
App: Where vertical height is severe limitation
(b)



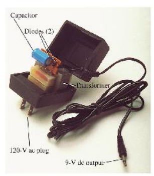
(a) Lithiode™ lithium-iodine cell
2.8 V, 870 mAh
Long-life power sources with printed circuit board mounting capability

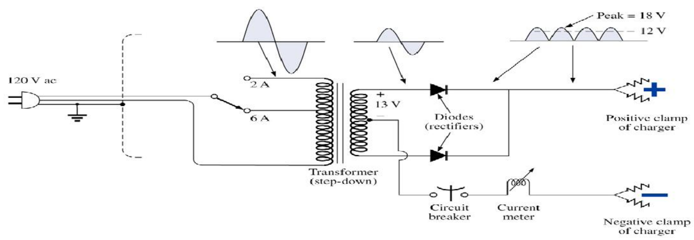
(b) Lithium-iodine pacemaker cell
2.8 V, 2.0 Ah

Geradores: Transformam energia mecânica em elétrica.



Fontes de alimentação: Obtém corrente contínua retificando corrente alternada.

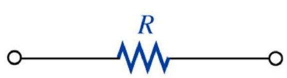


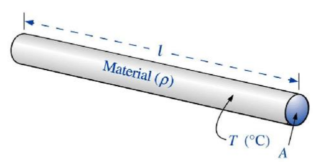


Resistência:

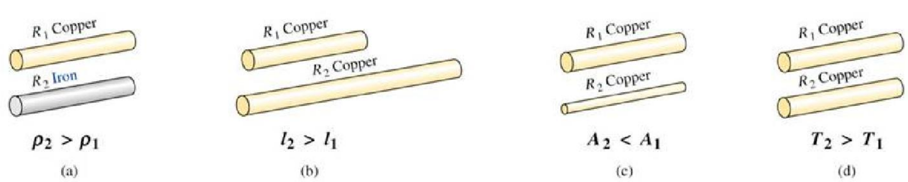
Oposição à passagem de corrente em um condutor. $R = \rho\,(l / A)$

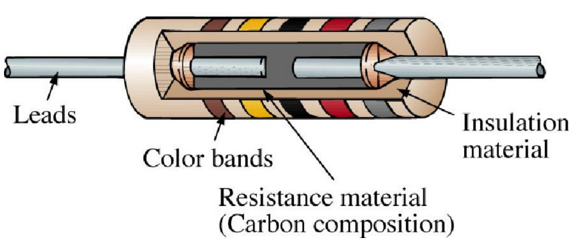
RESISTÊNCIA >>> **R** >>> **Ω** (ohms)

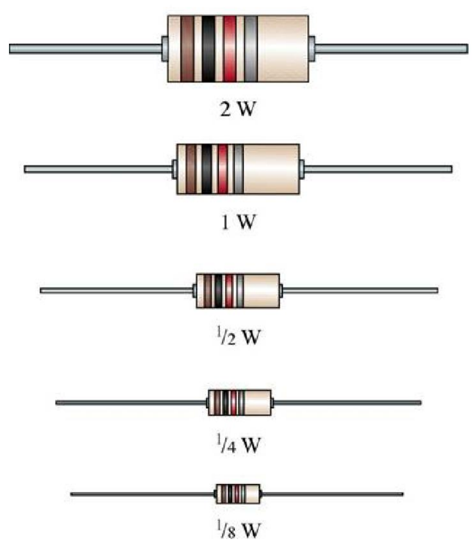




$R_2 > R_1$:





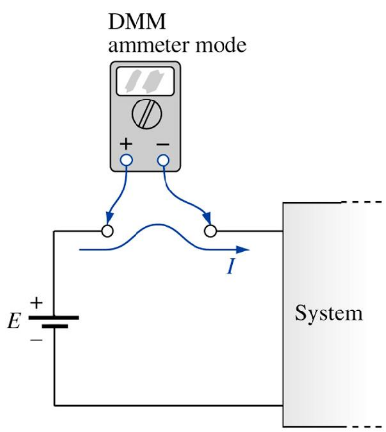


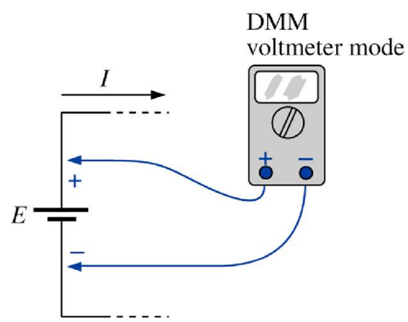
<u>Medidores</u>:

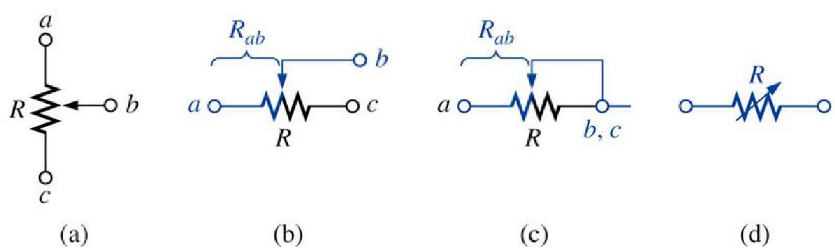
<u>Amperímetro</u>: É utilizado para medir intensidade de corrente. Deve ser ligado em SÉRIE com o circuito logo, é necessário abrir o circuito para a sua colocação.

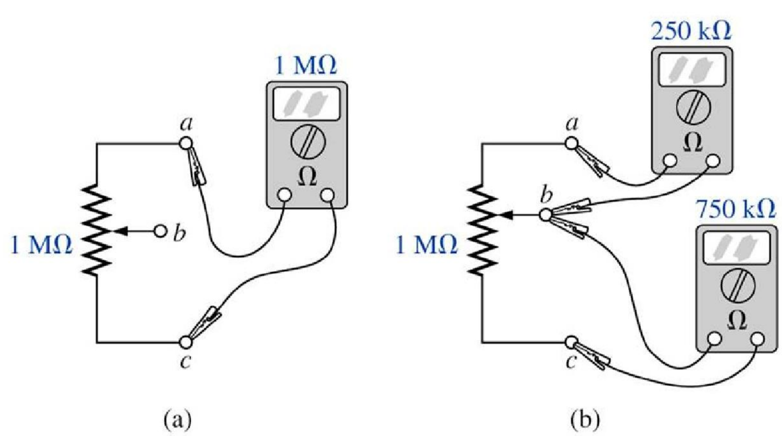
<u>Voltímetro</u>: É utilizado para medir a diferença de potencial entre 2 pontos. Deve ser ligado aos 2 pontos do circuito nos quais queremos medir a diferença de potencial, em PARALELO.

<u>Ohmímetro</u>: É utilizado para medição de resistência. Seu uso é externo ao circuito e para isso ele contém uma fonte interna.

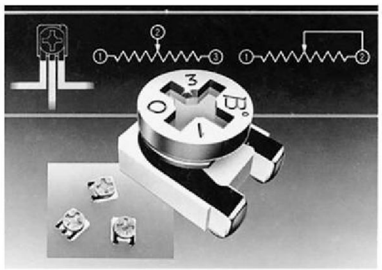




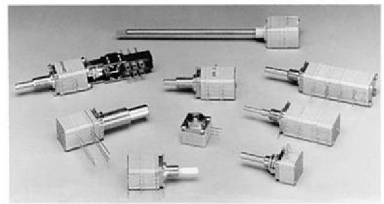




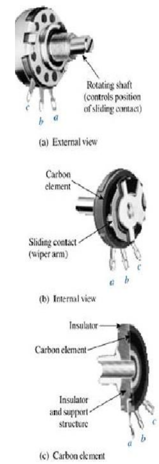
Potenciômetro: É um tipo de resistor variável.



(a)



(b)



Multímetro: Faz medição tanto de tensão, quanto de corrente e resistência. Pode ser do tipo analógico ou digital.

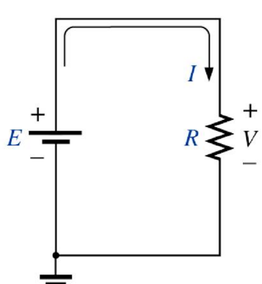
Lei de Ohm:

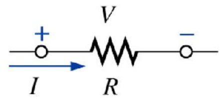
Em circuitos elétricos, o EFEITO que desejamos estabelecer é o escoamento de cargas ou **corrente**. A **diferença de potencial** ou **tensão** entre 2 pontos do circuito é a CAUSA e a **resistência** representa a OPOSIÇÃO ao escoamento de cargas. Então,

EFEITO = CAUSA / OPOSIÇÃO >>> **CORRENTE** = **TENSÃO** / **RESISTÊNCIA**

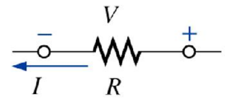
I = E / R ou **E = RI** ou **R = E / I** >>> LEI DE OHM

Circuito básico:





(a)



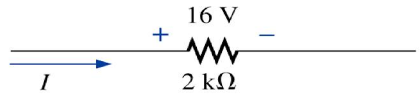
(b)

Exemplos:

1) Calcule a corrente que atravessa o resistor de 2 kΩ da figura abaixo se a queda de tensão entre seus terminais é de 16 V.

Solução: I = V/ R

I = 16 / 2 k >>> I = 8 mA

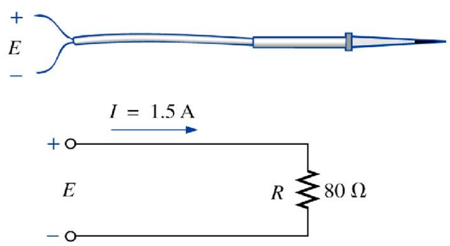


2) Calcule a ddp que deve ser aplicada ao ferro de soldar da figura abaixo para que ele seja percorrido por uma corrente de 1,5 A. A resistência interna do ferro é de 80 Ω.

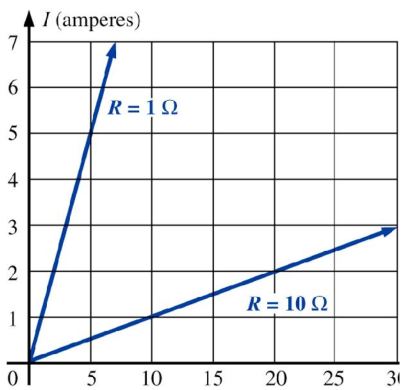
Solução: E = R I

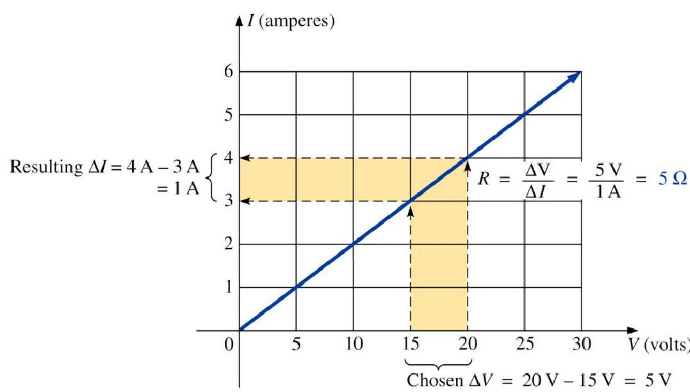
E = (80) (1,5)

E = 120 V



Gráficos V x I:





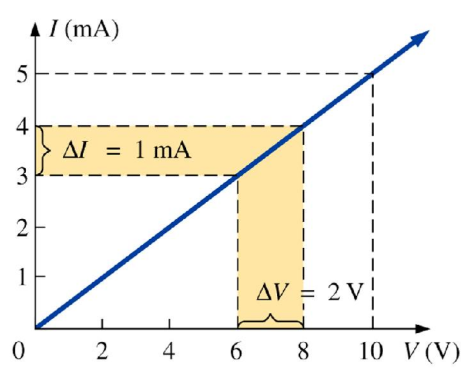
Exemplo:

Determine a resistência associada ao gráfico da figura abaixo.

Solução: Para V = 6 V >>> I = 3 mA

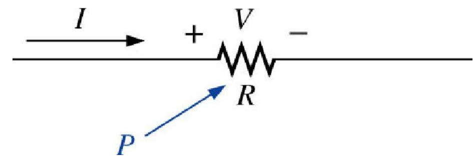
R = V / I = 6 / 3 m >>> R = 2 kΩ ou

R = ΔV / ΔI = 2 / 1 m >>> R = 2 kΩ



<u>Potência</u>:

A potência é uma grandeza que mede quanto trabalho (conversão de energia de uma forma em outra) pode ser realizado em um certo período de tempo ou seja, é a RAPIDEZ com que um trabalho é realizado.



1 Watt (W) = 1 Joule / segundo (J/s)

P = W / t >>> I = Q / t >>> t = Q / I

P = (W / Q) . I >>> **P = V I** ou **$P = V^2 / R$** ou **$P = I^2 R$**

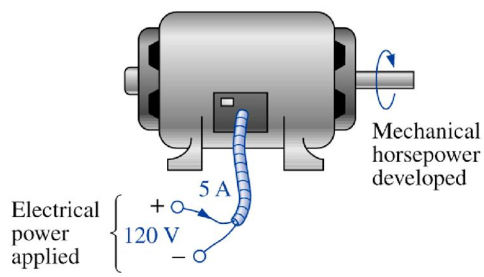
<u>Exemplos</u>:

1) Calcule a potência consumida pelo motor de corrente contínua ilustrado abaixo.

Solução: P = V I

P = (120) (5) >>> P = 600 W ou

P = 0,6 kW



2) Qual a potência dissipada por um resistor de 5 Ω quando ele é percorrido por uma corrente de 4 A ?

Solução: $P = I^2 R = (4)^2 (5)$ >>> P = 80 W

3) Na figura abaixo vemos a curva característica de uma lâmpada de filamento. Observe que a curva é não-linear, o que mostra que a resistência da lâmpada varia consideravelmente com a tensão aplicada. Se a tensão de operação da lâmpada é 120 V, calcule a potência dissipada e a resistência da lâmpada para essas condições de funcionamento.

Solução: Para V = 120 V >>>

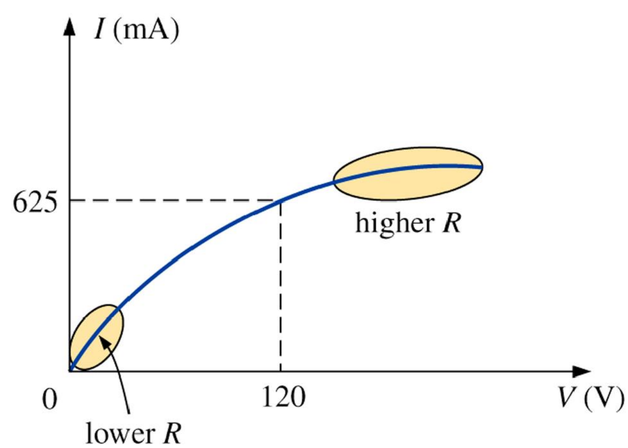
I = 0,625 A >>> P = V I

P = (120) (0,625)

P = 75 W

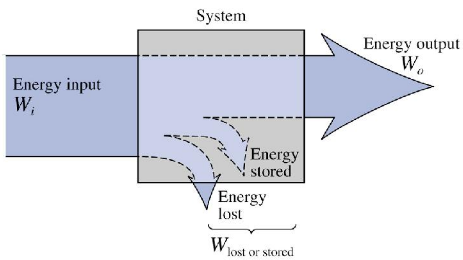
R = V / I >>> R = 120 / 0,625

R = 192 Ω



Eficiência:

Seja a figura abaixo:



A energia de entrada é igual ao somatório da energia de saída com a energia perdida ou armazenada no sistema. Logo, em relação ao tempo:

$$P_e = P_s + P_{\text{Perd. ou armaz.}} \quad >>>$$

$$\eta = P_s / P_e \quad >>> \text{ eficiência em \%}$$

Exemplos:

1) Um motor de 2 hp opera com 75 % de eficiência. Qual a potência de entrada em watts? Se a tensão aplicada ao motor é de 220 V, qual é a corrente de entrada?

Solução:

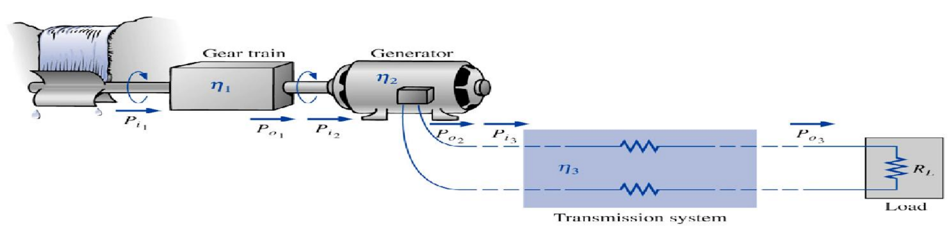
1 hp >>> 746 W; $\eta\ \% = (P_s / P_e) \times 100\ \%$ >>> $0{,}75 = (2)\,(746) / P_e$ >>>

$P_e = 1492 / 0{,}75$ >>> $P_e = 1989{,}33$ W; $P_e = E\,I$ >>> $I = P_e / E = 1989{,}33 / 220$ >>>

I = 9,04 A.

Obs: $\eta_{total} = \eta_1 \,.\, \eta_2 \,.\, \eta_3 \ldots \eta_n$

2) Calcule a eficiência total do sistema da fig. abaixo sabendo que $\eta_1 = 90$ %, $\eta_2 = 85$ % e $\eta_3 = 95$ %. No caso da eficiência η_1 cair para 40 %, calcular a nova eficiência total e compare com o resultado anterior.



Solução: $\eta_{total} = (0{,}90)\,(0{,}85)\,(0{,}95) = 0{,}727$ >>> $\eta_{total} = 72{,}7$ %. No 2º caso: $\eta_{total} = (0{,}40)\,(0{,}85)\,(0{,}95) = 0{,}323$ >>> $\eta_{total} = 32{,}3$ % >>> O limite máximo para a eficiência de um sistema de vários estágios é dado pelo rendimento do subsistema menos eficiente.

Energia:

Afim de que uma potência se traduza na realização de algum trabalho, um sistema deve ser utilizado durante um certo tempo. As unidades da energia elétrica mais usadas são o Watt-hora (Wh) e o Quilowatt-hora (kWh).

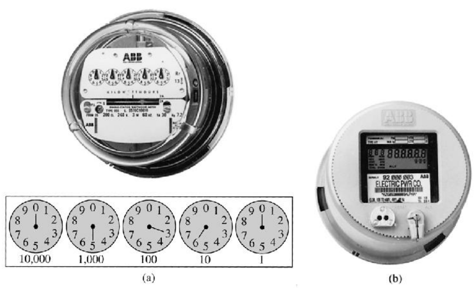
Obs: 1 kWh é a energia dissipada por uma lâmpada de filamento de 100 W que permanece acesa durante 10 horas.

Exemplos:

1) Durante quanto tempo um aparelho de televisão de 205 W deve ficar ligado para consumir 4 kWh?

Solução: W = (P . t) >>> t = W / P >>> t = 4 k / (205) >>> t = 19,51 h.

2) Suponha que a posição dos ponteiros em um medidor seja a ilustrada abaixo. Se o resultado de uma leitura anterior foi 4650 kWh, calcule a conta a ser paga pelo consumo de energia entre as duas leituras, se cada kWh custa R$ 0,09.



Solução:

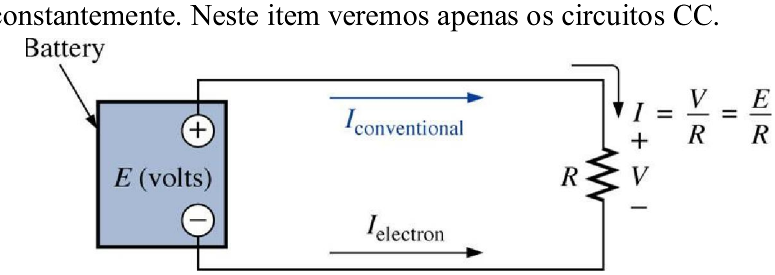
5360 kWh – 4650 kWh = 710 kWh

710 kWh (0,09 / kWh) = 63,9 >>>

R$ 63,90

Circuitos em série:

Dois tipos de corrente são usados em equipamentos elétricos e eletrônicos: CC, cuja intensidade e sentido não variam com o tempo e CA, cuja intensidade e sentido mudam constantemente. Neste item veremos apenas os circuitos CC.

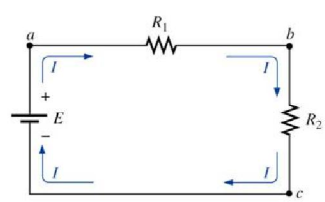


Um circuito consiste em um número qualquer de elementos unidos por seus terminais, com pelo menos um caminho fechado, para que a corrente possa fluir.

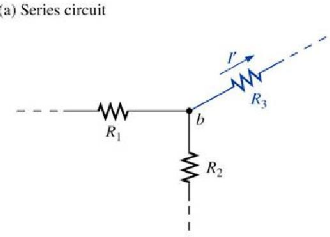
Dois elementos estão em série se:

1 – Possuem somente um terminal em comum.

2 – O ponto comum entre os dois elementos não está conectado a outro elemento percorrido por corrente.



(a) Series circuit



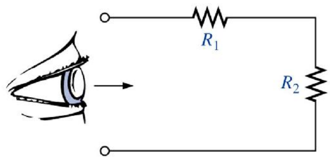
(b) R_1 and R_2 are not in series

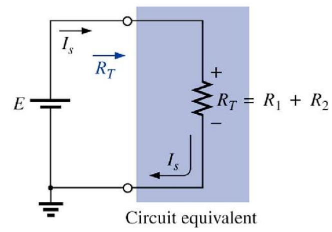
Obs.:

1) Quando 2 ou mais elementos de um circuito estão ligados em série, a corrente é a mesma em todos eles.
2) Ramo é qualquer parte do circuito que possui um ou mais elementos em série.
3) A resistência total de um circuito em série é a soma das resistências do circuito. Ela é sempre obtida através da "visão" da fonte:

$$R_T = R_1 + R_2 + ... + R_n \ (\Omega)$$

Do circuito da figura anterior teremos então:



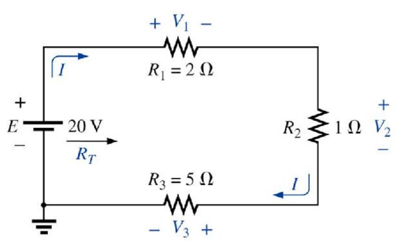


Circuit equivalent

$I_s = E / R_T$; $V_1 = I R_1$; $V_2 = I R_2$; $V_n = I R_n$; $P_1 = V_1 I = I^2 R_1 = V_1^2 / R_1$.

A potência fornecida pela fonte é: $P = E I$.
A potência total fornecida a um circuito resistivo é igual à potência total dissipada pelos elementos resistivos presentes no circuito: $P = P_T = P_1 + P_2 + ... + P_n$.

Exemplos:
1) Para o circuito abaixo, encontre R_T, I, V_1, V_2, P_1, P_2, P_3, P e compare P com a soma das potências dissipadas em cada resistor.



Solução: $R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 2 + 1 + 5 = 8\ \Omega$;

$I = E/R_T = 20/8 = 2,5$ A; $V_1 = IR_1 = (2,5)(2) = 5$ V;

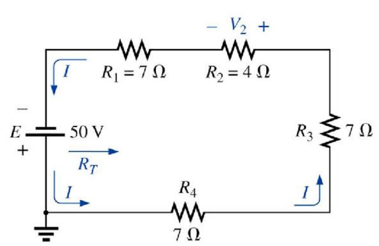
$V_2 = IR_2 = (2,5)(1) = 2,5$ V; $V_3 = IR_3 = (2,5)(5) =$

$= 12,5$ V; $P_1 = V_1 I = (5)(2,5) = 12,5$ W; $P_2 = I_2^2 R_2 =$

$= (2,5)^2(1) = 6,25$ W; $P_3 = V_3^2/R_3 = (12,5)^2/(5) = 31,25$ W; $P = EI = (20)(2,5) = 50$ W;

$P_1 + P_2 + P_3 = 12,5 + 6,25 + 31,25 = 50$ W >>> confere.

2) Determine R_T, I e V_2 para o circuito abaixo.

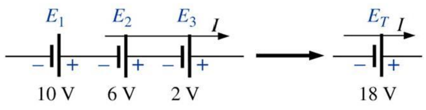


Solução: $R_T = NR_1 + R_2 = (3)(7) + 4 = 21 + 4 =$

$= 25\ \Omega$; $I = E/R_T = (50)/(25) = 2$ A; $V_2 = IR_2 =$

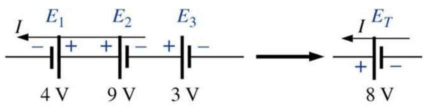
$= (2)(4) = 8$ V.

<u>Fontes de tensão em série</u>:



(a)

$E_T = E_1 + E_2 + E_3 = 10 + 6 + 2 = 18$ V.

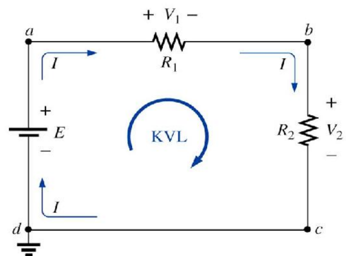


(b)

$E_T = E_2 + E_3 – E_1 = 9 + 3 – 4 = 8$ V.

<u>Lei de Kirchhoff para tensões (LKT)</u>:

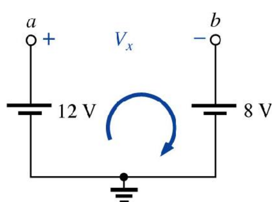
Esta lei afirma que a soma algébrica das variações de potencial em uma malha fechada é nula. Uma <u>malha fechada</u> é qualquer caminho contínuo que deixa um ponto em um sentido e retorna ao mesmo ponto vindo do sentido oposto, sem deixar o circuito.



$+ E – V_1 – V_2 = 0$ >>> $E = V_1 + V_2$.

A tensão aplicada a um circuito em série é igual à soma das quedas de tensão nos elementos em série.

<u>Obs.</u>: A aplicação da LKT não precisa seguir um caminho que inclua elementos percorridos por corrente, por exemplo:

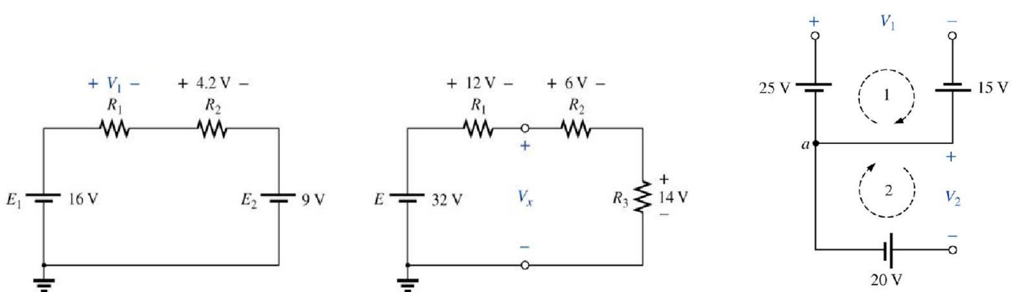


$+ 12 – V_x – 8 = 0$ >>> $V_x = 12 – 8$ >>>

$V_x = 4$ V.

<u>Exemplos</u>:

1) Determine as tensões desconhecidas nos circuitos abaixo.



(a) (b) (c)

Solução: a) $+ E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0$ >>> $V_1 = E_1 - V_2 - E_2 = 16 - 4{,}2 - 9 = 2{,}8$ V.

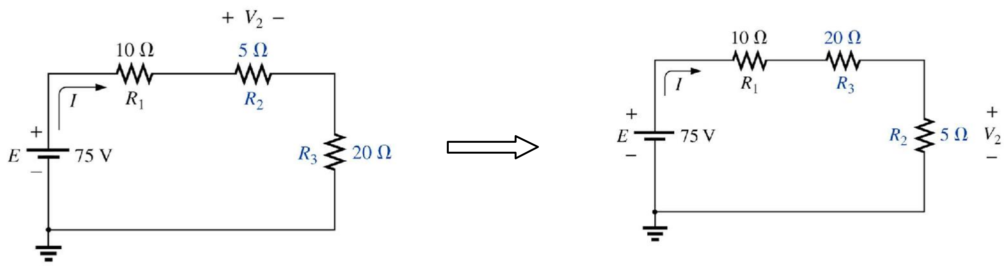
b) $+ E - V_1 - V_x = 0$ >>> $V_x = E - V_1 = 32 - 12 = 20$ V ou $+ V_x - V_2 - V_3 = 0$ >>>

$V_x = V_2 + V_3 = 6 + 14 = 20$ V.

c) $+ 25 - V_1 + 15 = 0$ >>> $V_1 = 25 + 15 = 40$ V; $- V_2 - 20 = 0$ >>> $V_2 = -20$ V.

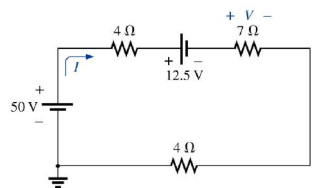
Intercambiando elementos em série:

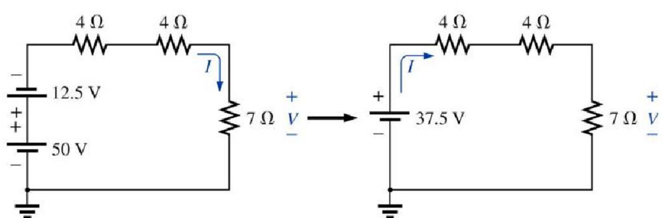
Os elementos de circuitos em série podem ser intercambiados sem que a resistência total, a corrente que atravessa o circuito e a potência consumida pelos diferentes elementos sejam afetadas.



Exemplo:

Determine I e a tensão entre os terminais do resistor de 7 Ω do circuito abaixo.





Solução: $R_T = (2)(4) + 7$ >>>

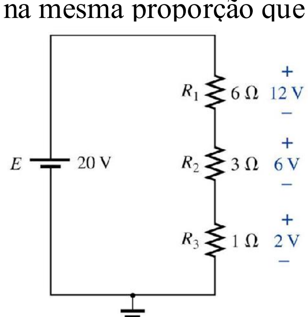
$R_T = 15\ \Omega$; $I = E / R_T$ =

= (37,5)/(15) >>> I = 2,5 A;

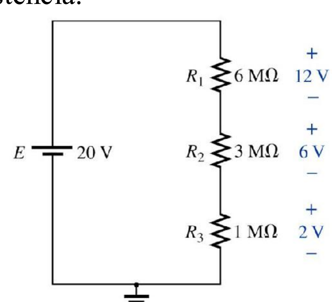
$V_{7\,\Omega} = I\,R = (2{,}5)(7)$ >>> $V_{7\,\Omega} = 17{,}5$ V.

Regra dos divisores de tensão:

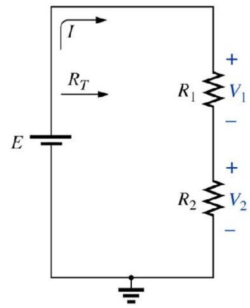
Nos circuitos em série, a tensão entre os terminais dos elementos respectivos se divide na mesma proporção que os valores da resistência.



ou



Dedução da regra:



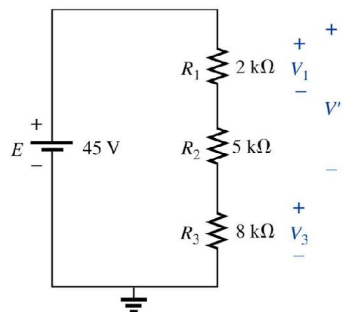
$R_T = R_1 + R_2$; $I = E / R_T$; $V_1 = I\,R_1 = (E / R_T)\,R_1 =$

$= (R_1\,E) / R_T$; $V_2 = I\,R_2 = (E / R_T)\,R_2 = (R_2\,E) / R_T$.

Então: $V_x = (R_x\,E) / R_T$ >>> regra dos divisores de tensão.

Exemplos:

1) Utilizando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões V_1, V_3 e V' para o circuito em série abaixo.



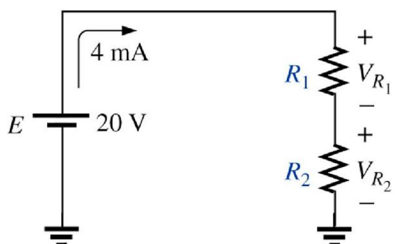
Solução: $V_1 = R_1E/R_T = (2\text{ k})(45)/(2\text{ k} + 5\text{ k} + 8\text{ k})$

>>> $V_1 = 6$ V; $V_3 = R_3\,E / R_T = (8\text{ k})(45)/(15\text{ k})$

>>> $V_3 = 24$ V; $V' = R'\,E / R_T =$

$= (2\text{ k} + 5\text{ k})(45) / (15\text{ k})$ >>> $V' = 21$ V.

2) Determine os valores de R_1 e R_2 no divisor de tensão do circuito abaixo para que $V_{R1} = 4\,V_{R2}$.



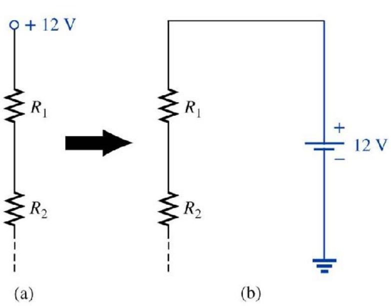
Solução: $R_T = E / I = 20 / 4\text{ m} = 5\text{ k}\,\Omega$; como

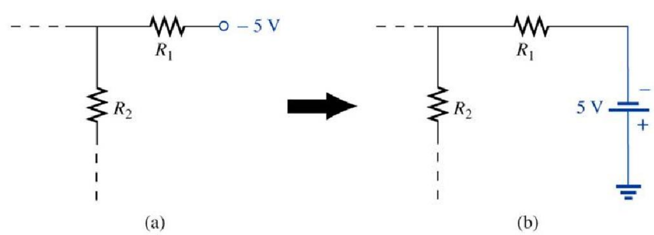
$V_{R1} = 4\,V_{R2}$ >>> $R_1 = 4\,R_2$ >>> $R_T = R_1 + R_2$

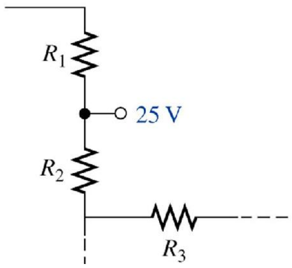
$= 4\,R_2 + R_2 = 5\,R_2 = 5\text{ k}\,\Omega$ >>> $R_2 = 1\text{ k}\,\Omega$

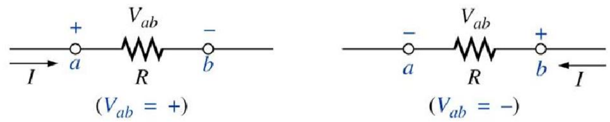
>>> $R_1 = 4\text{ k}\,\Omega$.

Notação:

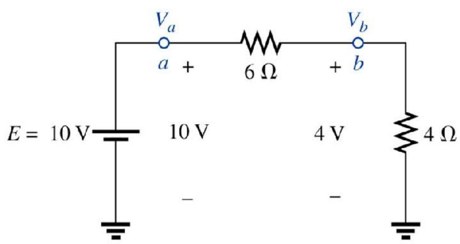








(a) (b)

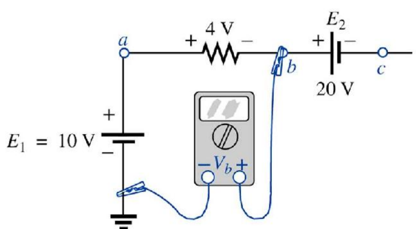


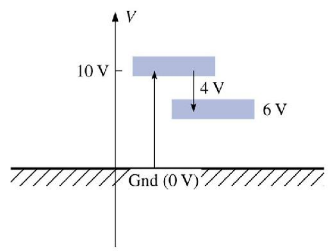
$V_{ab} = V_a - V_b = 10 - 4 = 6$ V

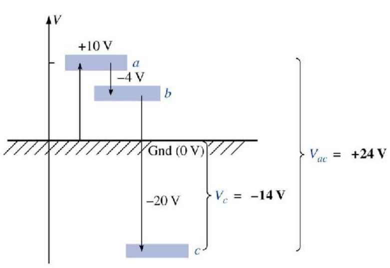
Exemplos:

1) Encontre as tensões V_b, V_c e V_{ac} no circuito abaixo:

Solução: $V_b = 10 - 4 = 6$ V





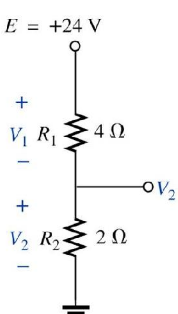


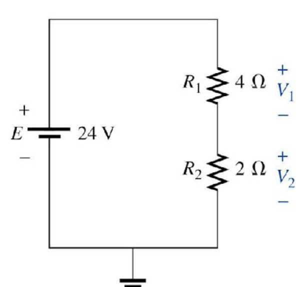
$V_c = V_b - 20 = 6 - 20 = - 14$ V ;

$V_{ac} = V_a - V_c = 10 - (-14) = 24$ V.

2) Utilizando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões V_1 e V_2 do circuito abaixo.

Solução: Redesenhando o circuito:





$V_1 = R_1E / (R_1 + R_2) =$

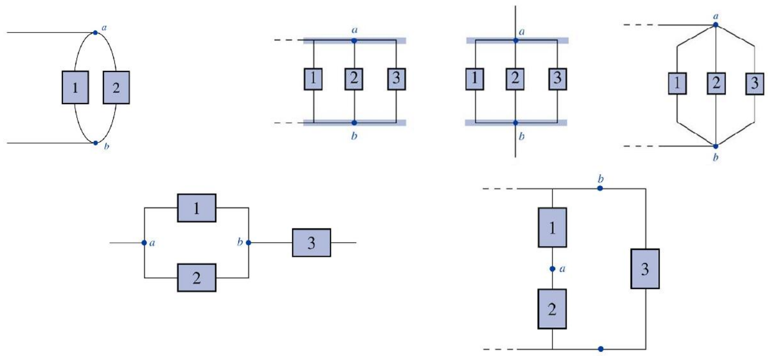
$= (4)(24) / (4 + 2) = 16$ V;

$V_2 = R_2E / (R_1 + R_2) =$

$= (2)(24) / (4 + 2) = 8$ V.

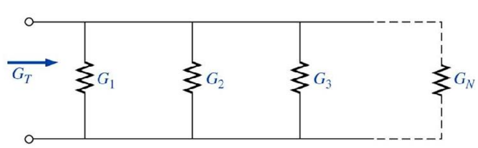
Circuito paralelo:

Dois elementos, ramos ou circuitos estão ligados em paralelo quando possuem dois pontos em comum.

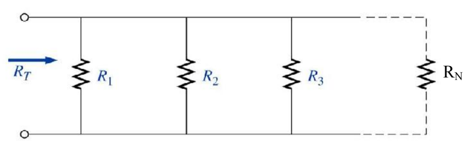


Condutância total:

É a soma das condutâncias individuais: $G_T = G_1 + G_2 + G_3 + ... + G_N$ → $1/R_T = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + ... + 1/R_N$.

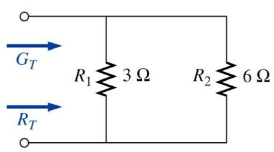


→



Exemplos:

1) Determine a condutância e a resistência totais para o circuito em paralelo abaixo e qual seria o efeito que um resistor adicional de 10 Ω em paralelo teria sobre os valores de G_T e R_T?



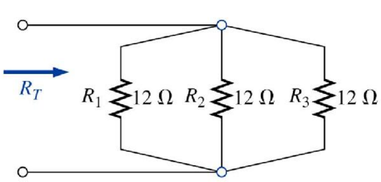
Solução: $G_T = G_1 + G_2 = 1/3 + 1/6 = 3/6$ → $G_T = 0,5$ S;

$R_T = 1/ G_T = 1/0,5$ → $R_T = 2$ Ω; colocando em paralelo 10 Ω:

$G_T = 0,5 + 0,1$ → $G_T = 0,6$ S e $R_T = 1/0,6$ → $R_T = 1,667$ Ω.

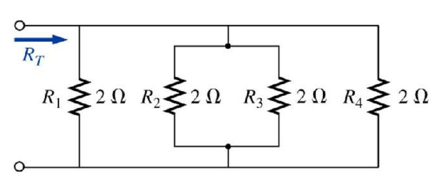
2) Calcule a resistência equivalente para os circuitos abaixo:

a)



Solução:
$R_T = R/N = 12/3$ → $R_T = 4$ Ω.

b)



Solução:
$R_T = R/N = 2/4$ → $R_T = 0,5$ Ω.

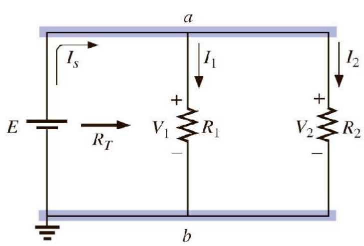
Obs.: A R_T de um conjunto de resistores em paralelo é sempre menor que a do resistor de menor resistência do conjunto.

Simplificando o cálculo da resistência total em paralelo:

1) Para 2 resistores em paralelo: $R_T = (R_1 \,.\, R_2)/ (R_1 + R_2)$.
2) Para 3 resistores em paralelo: $R_T = (R_1 \,.\, R_2 \,.\, R_3)/ (R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3)$.
3) Para N resistores iguais em paralelo: $R_T = R/N$.

Circuitos em paralelo:

Todos os elementos de um circuito em paralelo estão submetidos à mesma diferença de potencial.



$V_1 = V_2 = E$; $I_s = I_1 + I_2$ → $E/R_T = V_1/R_1 + V_2/R_2$

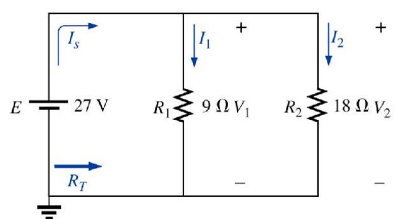
→ $E/R_T = E/R_1 + E/R_2$; $P_1 = V_1.I_1 = I_1^2.R_1 = V_1^2/R_1$;

→ $P_2 = V_2.I_2 = I_2^2.R_2 = V_2^2/R_2$;

→ $P = E.I_s = I_s^2.R_T = E^2/R_T$.

Exemplos:

1) Para o circuito em paralelo abaixo, calcule: R_T, I_s, I_1, I_2, P_1, P_2 e P.



Solução: $R_T = (R_1 \,.\, R_2)/ (R_1 + R_2) = (9.18)/(9 + 18)$

→ $R_T = 6\ \Omega$; $I_s = E/R_T = 27/6$ → $I_s = 4{,}5$ A;

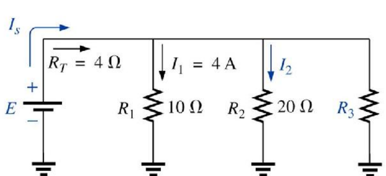
$I_1 = V_1/R_1 = 27/9$ → $I_1 = 3$ A; $I_2 = V_2/R_2 = 27/18$

→ $I_2 = 1{,}5$ A; $P_1 = V_1.I_1 = 27.3$ → $P_1 = 81$ W;

$P_2 = V_2.I_2 = 27.1{,}5$ → $P_2 = 40{,}5$ W; $P = E.I_s = 27.4{,}5$ → $P = 121{,}5$ W; $P = P_1 + P_2$

→ $121{,}5 = 81 + 40{,}5$ → $121{,}5 = 121{,}5$ → OK!

2) Considerando os dados do circuito abaixo, determine: R_3, E, I_s, I_2 e P_2.



Solução: $1/R_T = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$ →

$1/4 = 1/10 + 1/20 + 1/R_3$ → $1/R_3 = 1/4 - 1/10 - 1/20$

→ $1/R_3 = 2/20$ → $R_3 = 10\ \Omega$; $E = V_1 = R_1.I_1 = 10.4$

→ $E = 40$ V; $I_s = E/R_T = 40/4$ → $I_s = 10$ A; $I_2 =$

$V_2/R_2 = 40/20$ → $I_2 = 2$ A; $P_2 = V_2.I_2 = 40.2$ → $P_2 = 80$ W.

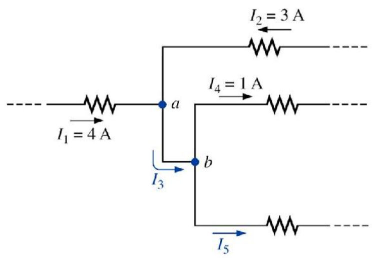
Lei de Kirchhoff para a corrente:

A soma algébrica das correntes que entram e saem de uma região, sistema ou nó é igual a zero.

$$\sum I_{entram} = \sum I_{saem}$$

Exemplos:

1) Utilizando a LKC, determine as correntes I_3 e I_5 no circuito abaixo.

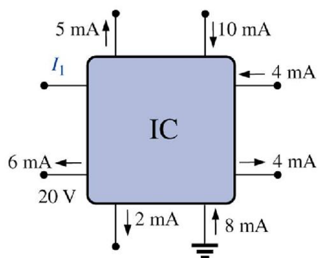


Solução:

Em a: $I_1 + I_2 = I_3 \rightarrow I_3 = 4 + 3 \rightarrow I_3 = 7$ A;

Em b: $I_3 = I_4 + I_5 \rightarrow I_5 = I_3 - I_4 = 7 - 1 \rightarrow I_5 = 6$ A.

2) Determine o valor e o sentido da corrente I_1 do circuito integrado abaixo.

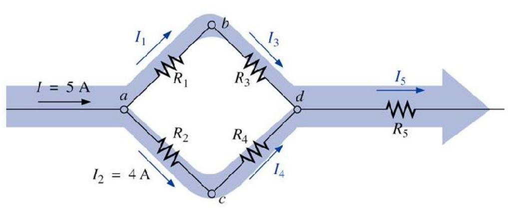


Solução: $\sum I_{entram} = 10\text{ m} + 4\text{ m} + 8\text{ m} = 22$ mA;

$\sum I_{saem} = 5\text{ m} + 4\text{ m} + 2\text{ m} + 6\text{ m} = 17\text{ mA} \rightarrow$

$I_1 = 22 - 17 \rightarrow I_1 = 5$ m A saindo.

3) Determine I_1, I_3, I_4 e I_5 para o circuito abaixo.



Solução: Em a: $I = I_1 + I_2 \rightarrow I_1 = I - I_2 =$

$= 5 - 4 \rightarrow I_1 = 1$ A; Em b: $I_1 = I_3 \rightarrow$

$I_3 = 1$ A; Em c: $I_2 = I_4 \rightarrow I_4 = 4$ A;

Em d: $I_3 + I_4 = I_5 \rightarrow I_5 = 1 + 4 \rightarrow$

$I_5 = 5$ A.

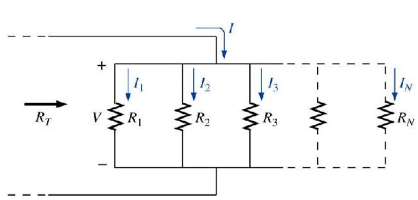
Regra do divisor de corrente:

1 – No caso de 2 elementos em paralelo com resistências iguais, a corrente se distribui entre os 2 elementos em partes iguais.

2 – Se os elementos em paralelo tiverem resistências diferentes, o elemento de menor resistência será percorrido pela maior fração da corrente.

3 – A razão entre os valores das correntes nos 2 ramos será inversamente proporcional à razão entre as suas resistências pois,

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \rightarrow I_1/I_2 = R_2/R_1$$

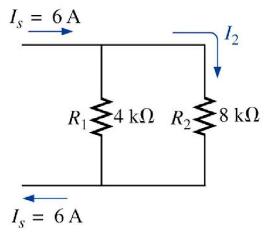


$I = V/R_T = \rightarrow$ para um ramo x qualquer:

$V_x = R_x I_x = V \rightarrow I = R_x I_x / R_T \rightarrow I_x = (R_T/R_x)\, I$.

Exemplos:

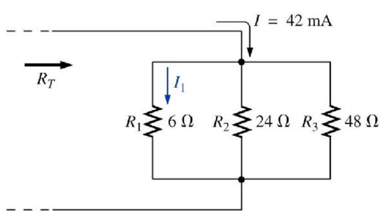
1) Determine a corrente I_2 no circuito abaixo, utilizando a regra do divisor de corrente.



Solução: $I_2 = R_1 I_s/(R_1 + R_2) = (4\text{ k})(6)/(4\text{ k} + 8\text{ k}) \rightarrow$

$I_2 = 2$ A.

2) Calcule o valor da corrente I_1 no circuito abaixo.

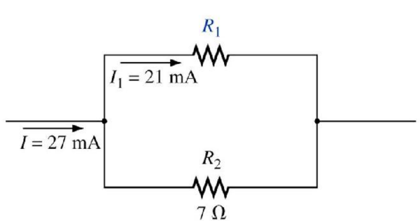


Solução: $I_1 = [(R_2//R_3)\ I] / [R_1 + (R_2//R_3)]$;

$R_2//R_3 = (24)(48) / (24 + 48) = 16\ \Omega$;

$I_1 = (16)(42\text{ m}) / (6 + 16) \rightarrow I_1 = 30{,}54$ mA

3) Determine o valor de R_1 de modo a efetuar a divisão de corrente do circuito abaixo.



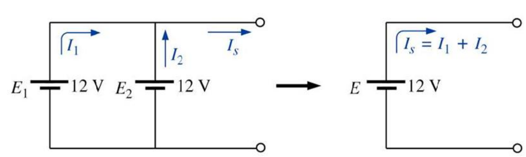
Solução: $I_1 = R_2\, I/(R_1 + R_2) \rightarrow R_1 I_1 + R_2 I_1 = R_2\, I$

$\rightarrow R_1 I_1 = R_2 (I - I_1) \rightarrow R_1 = R_2 (I - I_1) / I_1 =$

$= 7(27 - 21) / 21 \rightarrow R_1 = 2\ \Omega$.

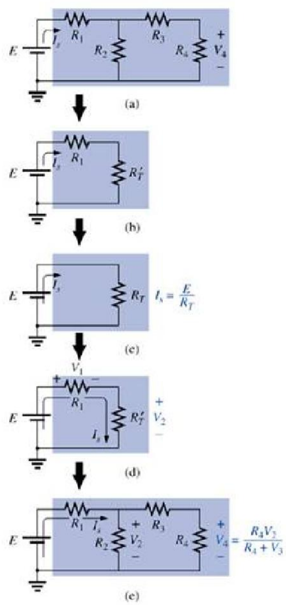
Fontes de tensão em paralelo:

A única condição de se interligar fontes de tensão em paralelo é que elas sejam de mesmo valor, cujo objetivo é aumentar o valor de corrente.



<u>Circuito série-paralelo</u>:

<u>Princípios gerais</u>:
1 – Estudar o problema “como um todo”;
2 – Examine cada região do circuito separadamente;
3 – Redesenhe o circuito várias vezes;
4 – Depois de obter a solução, verificar se ela é razoável.



(a) $R'_T = (R_3 + R_4) // R_2$;

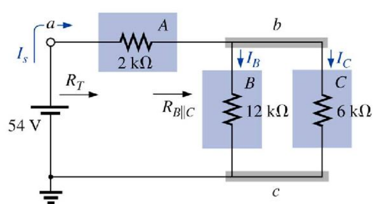
(b) $R_T = R_1 + R'_T$;

(c) $I_s = E / R_T$;

(d) $V_2 = R'_T \cdot I_s$;

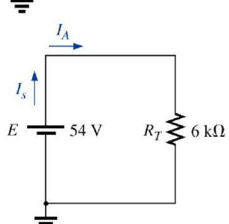
(e) $V_4 = (R_4 \cdot V_2) / (R_4 + R_3)$.

<u>Exemplos</u>
1) Cada bloco do circuito abaixo representa um resistor. Determine as correntes I_s, I_A, I_B e I_C.

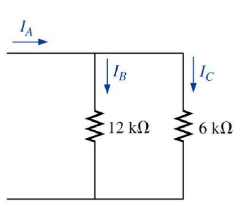


→ $R_{B//C} = R_B//R_C = (12k.6k)/(12k + 6k) =$

$= 72k^2/18k = 4\ k\Omega$; $R_T = 2k + 4\ k = 6\ k\Omega$.



→ $I_s = E / R_T = 54 / 6\ k$ → $I_s = 9$ mA.



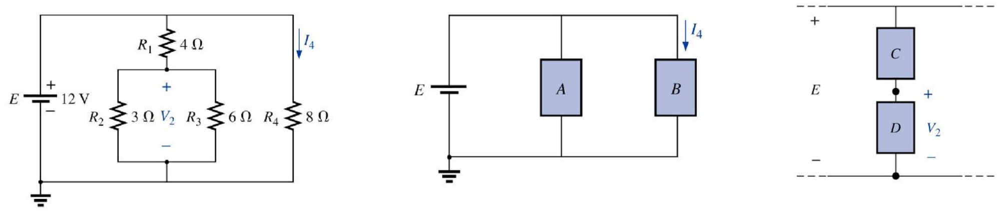
→ $I_A = I_s = 9$ mA; $I_B = (6k \cdot 9m)/(6k + 12k) =$

$= 54/18k$ → $I_B = 3$ mA;

$I_C = (12k \cdot 9m)/(6k + 12k) = 108/18k$ →

$I_C = 6$ mA; ou $I_C = I_s - I_B = 9m - 3m = 6$ mA.

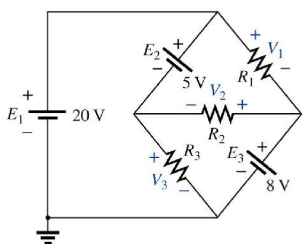
2) Calcule, para o circuito abaixo, a corrente I_4 e a tensão V_2.



$I_4 = E / R_B = 12 / 8 \rightarrow I_4 = 1{,}5$ A; $V_2 = (R_D.E)/(R_D + R_C)$; $R_D = R_2//R_3 = (3.6)/(3 + 6)$

$\rightarrow R_D = 2\ \Omega \rightarrow V_2 = (2.12)/(2 + 4) = 24/6 \rightarrow V_2 = 4$ V.

3) Determinar V_1, V_2 e V_3 para o circuito abaixo.



$-E_1 + V_1 + E_3 = 0 \rightarrow V_1 = E_1 - E_3 = 20 - 8 \rightarrow$

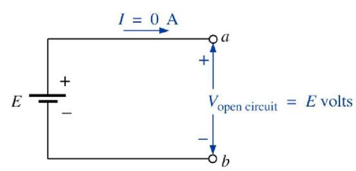
$V_1 = 12$ V; $-E_2 + V_1 + V_2 = 0 \rightarrow V_2 = E_2 - V_1 =$

$= 5 - 12 \rightarrow V_2 = -7$ V; $-V_3 - V_2 + E_3 = 0 \rightarrow$

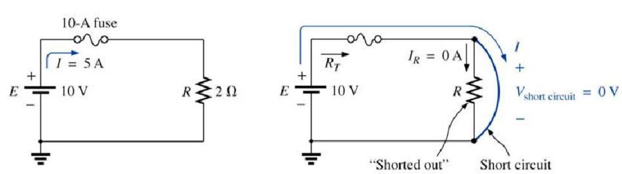
$V_3 = E_3 - V_2 = 8 - (-7) \rightarrow V_3 = 15$ V.

Circuitos abertos e curtos-circuitos:

Um circuito aberto consiste em 2 terminais isolados sem qualquer ligação entre si. Neste caso, podemos ter uma DDP qualquer entre seus terminais mas o valor da corrente é sempre zero.



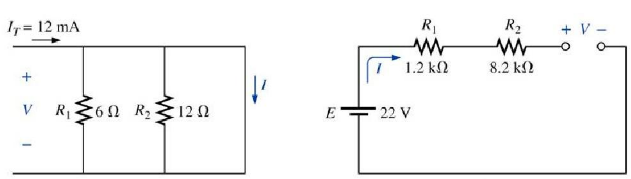
Um curto-circuito acontece quando conectamos os 2 terminais em um elemento de resistência muito baixa. A corrente que percorre um curto-circuito tem seu valor determinado pelo sistema em que o curto está conectado mas a DDP entre seus terminais é sempre nula.



(a) (b)

Exemplo:

Determine, para cada um dos circuitos abaixo, as tensões e as correntes desconhecidas.

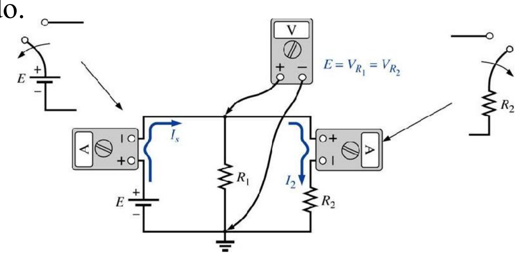


(a) (b)

a) como temos um curto-circuito em paralelo com 2 resistores, a R_T será igual a zero
→ $V = 0$ V e $I = I_T = 12$ mA.
b) como o circuito série está aberto → $I = 0$ A e $V = E = 22$ V.

Efeito da ligação de um voltímetro:

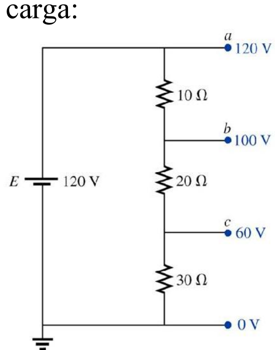
Para medir a tensão em um resistor em um circuito, coloca-se o voltímetro em paralelo com este. Logo, este medidor deverá ter uma resistência interna alta para não influenciar no resultado.



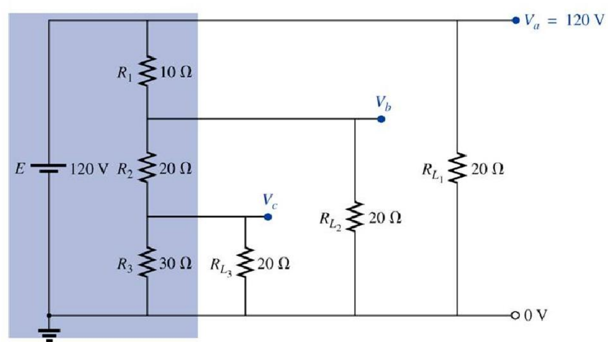
Fonte com divisor de tensão (com ou sem carga):

Carga é qualquer elemento, circuito ou sistema que consome corrente da fonte.

Sem carga:



Com carga;



$V_b = (R_2'.V_a)/(R_2' + R_1)$; $R_2' = (R_2 + R_3')//R_{L2}$; $R_3' = R_3//R_{L3} = 30//20$ → $R_3' = 12\ \Omega$;

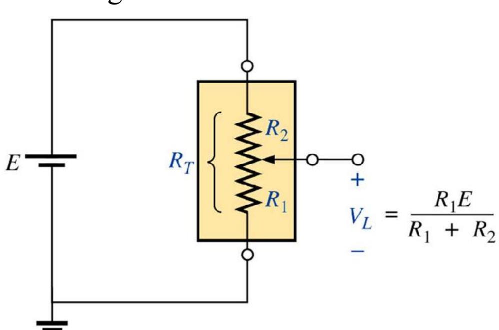
$R_2' = (20 + 12)//20$ → $R_2' = 12{,}31\ \Omega$; $V_b = (12{,}31.120)/(12{,}31 + 10)$ → $V_b = 66{,}21$ V;

$V_c = (R_3'.V_b)/(R_3' + R_2) = (12.66{,}21)/(12 + 20)$ → $V_c = 24{,}83$ V.

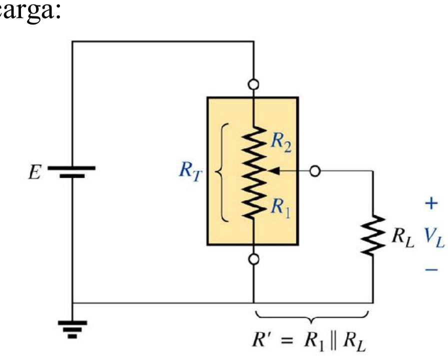
Obs.: Se as cargas fossem de 1 kΩ → $V_a = 120$ V, $V_b = 98{,}88$ V e $V_c = 58{,}63$ V.

Ligação de uma carga a um potenciômetro:

Sem carga:



Com carga:



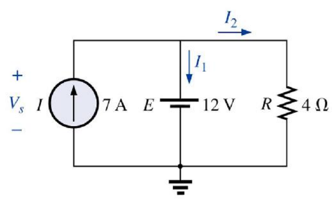
Fazer $R_L \geq R_T$.

Fonte de corrente:

Uma bateria fornece uma tensão fixa com a corrente por ela fornecida podendo variar de acordo com a carga. Já a fonte de corrente, fornece uma corrente fixa com a tensão de saída podendo variar de acordo com a carga. Então, a fonte de corrente é freqüentemente chamada de dual da fonte de tensão.

Exemplo:

Encontre a tensão V_s e as correntes I_1 e I_2 para o circuito abaixo.

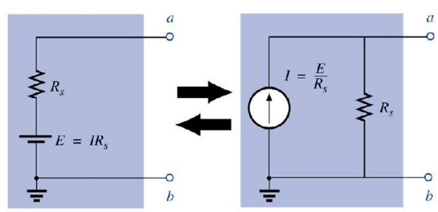


$V_s = E = 12$ V; $I_2 = V_R/R = E/R = 12/4 \rightarrow I_2 = 3$ A;

$I = I_1 + I_2 \rightarrow I_1 = I - I_2 = 7 - 3 \rightarrow I_1 = 4$ A.

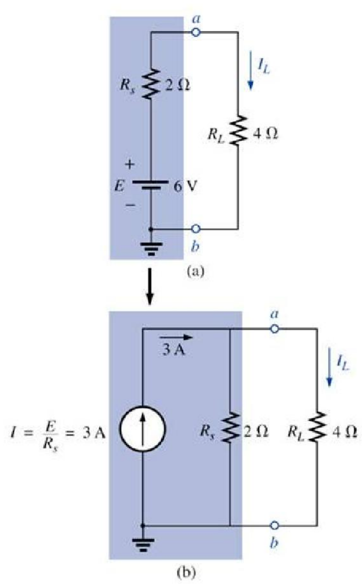
Conversão de fontes:

As fontes, na realidade, não são ideais e o que se quer é uma resistência interna de uma fonte de tensão tão pequena quanto possível ($R_s \approx 0\ \Omega$). Assim como se requer uma resistência interna enorme para uma fonte de corrente ($R_s \approx \infty\ \Omega$).



Exemplo:

Para o circuito (a): 1) converta a fonte de tensão em uma fonte de corrente e calcule a corrente na carga de 4 Ω para cada tipo de fonte; 2) substitua a carga de 4 Ω por uma de 1 kΩ e calcule a corrente I_L para a fonte de tensão; 3) Repita o cálculo do item 2 supondo uma fonte de tensão ideal ($R_s = 0\ \Omega$) pois R_L é muito maior que R_s. Esta é uma aproximação apropriada?



1) (a) $I_L = E/(R_s + R_L) = 6/(2 + 4) \rightarrow I_L = 1$ A;

(b) $I_L = R_s.I/(R_s + R_L) = 2.3/(2 + 4) = 6/6 \rightarrow$

$\rightarrow I_L = 1$ A;

2) $I_L = E/(R_s + R_L) = 6/(2 + 1\text{ k}) \rightarrow$

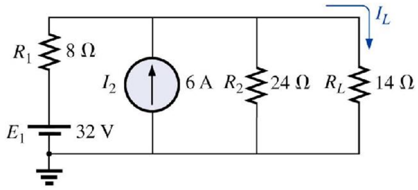
$\rightarrow I_L = 5{,}99$ mA;

3) $I_L = E/R_L = 6/1\text{ k} \rightarrow I_L = 6\text{ mA} \approx 5{,}99$ mA.

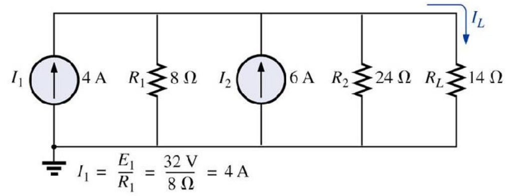
<u>Fontes de corrente em paralelo</u>:

<u>Exemplo</u>:

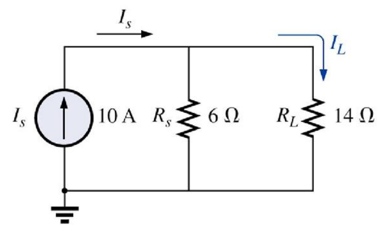
1) Reduza o circuito abaixo a uma única fonte e calcule a corrente em R_L.



→



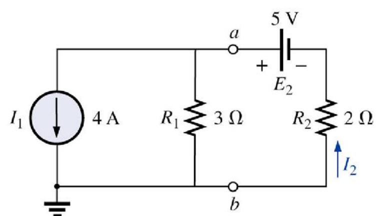
→



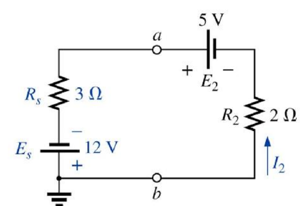
$I_L = R_s.I_s/(R_s + R_L) = 6.10/(6 + 14)$ →

→ $I_L = 3$ A.

2) Determine a corrente I_2 no circuito abaixo.

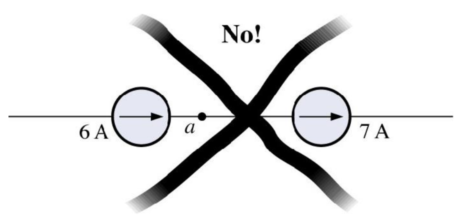


→



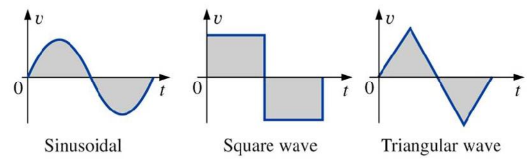
$I_2 = (E_1 + E_2)/(R_1 + R_2) = (12 + 5)/(3 + 2)$ → $I_2 = 3{,}4$ A.

<u>Fontes de corrente em série</u>:



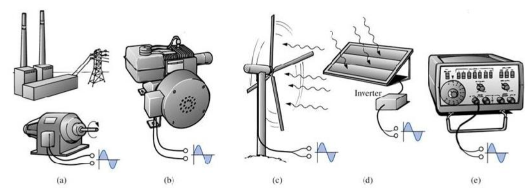
Corrente alternada ou CA

O termo alternada indica que o valor da tensão ou da corrente alterna (oscila) regularmente entre 2 níveis. As formas de onda alternadas podem ser senoidais, quadradas ou triangulares, variantes com o tempo.



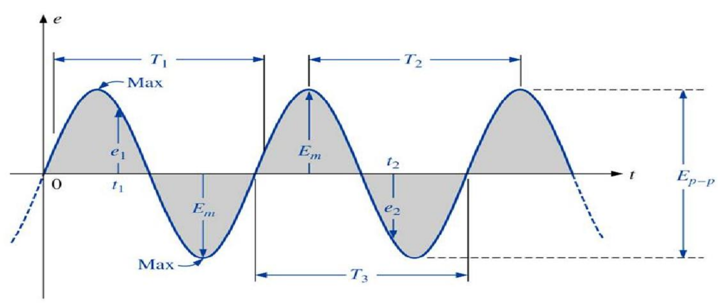
Geração de corrente alternada:

Obtém-se uma onda alternada através de usinas hidroelétricas (queda d'água), termoelétricas (gás) ou nucleares que utilizam estes elementos para fazer girar um rotor envolvido pelos enrolamentos do estator (a parte estacionária) de um gerador ou alternador, induzindo assim uma tensão nos enrolamentos.

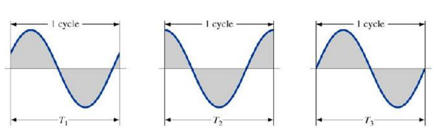


Outros tipos de geração de energia são a eólica (ventos), a solar e os painéis de células fotoelétricas. Em uma bancada, tem-se o gerador de funções ou gerador de sinais que é um equipamento capaz de gerar tensões alternadas para trabalho que podem ser controladas pelo usuário.

Definições:



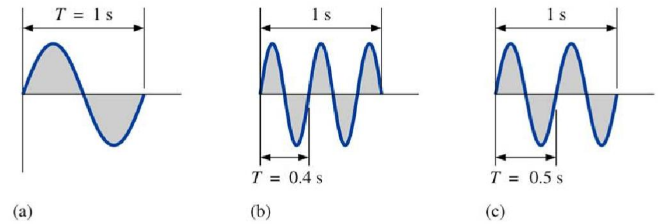
- Forma de onda: gráfico de uma grandeza como tensão em função do tempo, posição, temperatura ou outra variável qualquer.
- Amplitude: valor máximo de uma forma de onda em relação ao valor médio (Em, Vm, Am).
- Valor instantâneo: amplitude em um instante qualquer (e_1, e_2).
- Valor de pico: valor máximo de uma função medido a partir do nível zero. No caso da senóide este valor é idêntico à amplitude.
- Valor pico a pico: diferença entre os valores dos picos positivo e negativo, isto é, a soma dos módulos das amplitudes positiva e negativa (Epp, Vpp).
- Forma de onda periódica: forma de onda que se repete após um certo intervalo de tempo constante.
- Período: intervalo de tempo entre repetições sucessivas de uma forma de onda periódica (T).
- Ciclo: parte de uma forma de onda contida em um intervalo de tempo igual a um período.



- Freqüência (f): número de ciclos contidos em 1 s. Unidade: hertz (Hz).

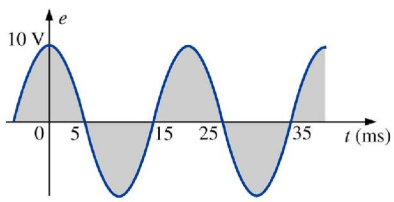
  1 Hz = 1 c/s

  f = 1 / T ou T = 1 / f



Exemplos:
1) Calcule o período de uma forma de onda periódica cuja freqüência é:
a) 60 Hz; b) 1.000 Hz.
Solução: a) T = 1 / f = 1 / 60 → T = 0,01667 s ou T = 16,67 ms;
b) T = 1 / 1.000 → T = 10^{-3} s ou T = 1 ms.

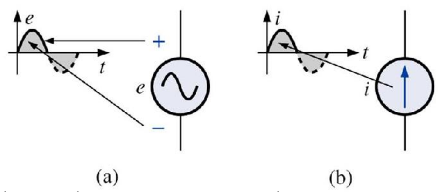
2) Determine a freqüência da forma de onda da figura abaixo.



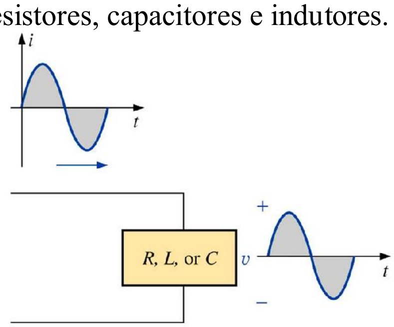
Solução: T = 25 m – 5 m = 20 ms →

→ f = 1 / T = 1 / 20 m → f = 50 Hz.

Obs.:
1) Representação de fontes CA:

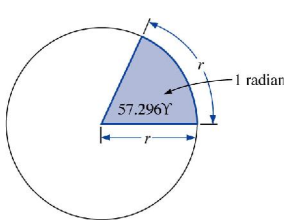


2) A senóide é a única forma de onda que não se altera ao ser aplicada a um circuito contendo resistores, capacitores e indutores.



Radianos x Graus:

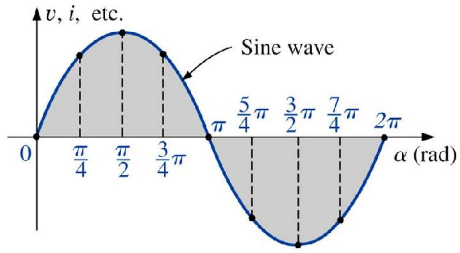
O radiano é a medida de ângulo correspondente ao comprimento do arco igual ao raio da circunferência.

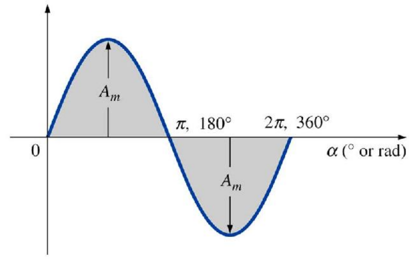


$$1\,\text{rad} \cong 57{,}3° \Rightarrow 2\pi\,\text{rad} = 360°; \quad \text{radianos} = \left(\frac{\pi}{180°}\right)(\text{graus})$$

$$\text{grau} = \left(\frac{180°}{\pi}\right)(\text{radianos}). \text{ Ex.: } 90° \Rightarrow \text{rad} = \left(\frac{\pi}{180°}\right)90° = \frac{\pi}{2}\,\text{rad};$$

$$\frac{\pi}{3}\,\text{rad} \Rightarrow \text{graus} = \left(\frac{180°}{\pi}\right)\frac{\pi}{3} = 60°.$$





Velocidade angular ou freqüência angular (ω):

Consiste na velocidade angular do vetor que gera uma função senoidal.

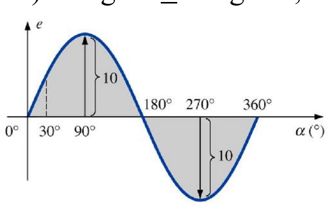
$$\omega = \frac{\alpha \rightarrow \text{ângulo percorrido}}{t \rightarrow \text{tempo}} = \frac{2\pi}{T}\ \text{rad/s} \quad \text{ou} \quad \omega = 2\pi f\ \text{rad/s}$$

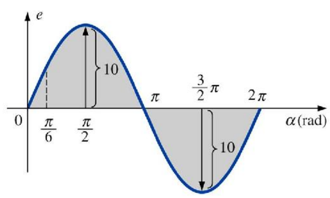
Expressão geral para tensões e correntes senoidais:

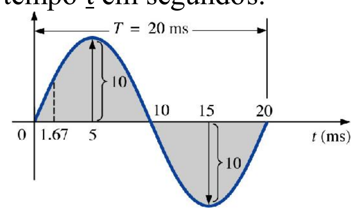
$$Am \text{ sen } \alpha \quad \rightarrow \quad Am \text{ sen } \omega t \quad \rightarrow \quad Am \text{ sen } 2\pi f$$

Exemplo:

Plote o gráfico de e(t) = 10 sen 314 t, tomando como unidade do eixo horizontal: a) o ângulo α em graus; b) o ângulo α em radianos; c) o tempo t em segundos.





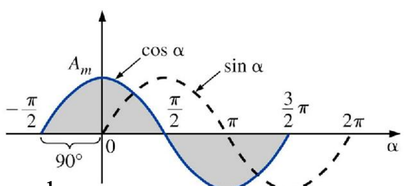


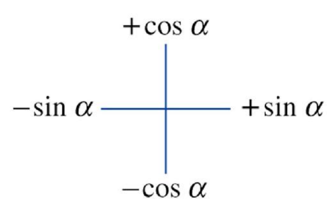
c) 360° : T = 2π / ω = 2π / 314 → T = 20 ms; 180° : T / 2 = 10 ms; 90° : T / 4 = 5 ms; 30° : T / 12 = 1,67 ms.

Relações de fase: Am sen (ωt ± θ) onde θ → valor do deslocamento em graus ou radianos.

Ex.: sen (ωt + 90°) = sen (ωt + π/2) = cos ωt; sen ωt = cos (ωt – 90°) = cos (ωt – π/2).

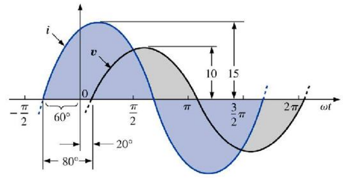
Obs.: Os termos atrasado e adiantado são utilizados para indicar diferenças de fase entre duas formas de onda senoidais de mesma freqüência plotadas no mesmo gráfico.



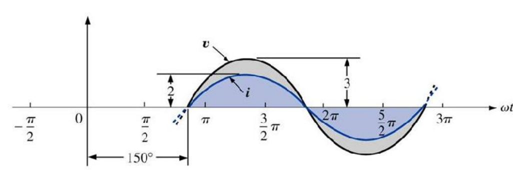


Exemplo:

Qual é a relação de fase entre as formas de onda senoidais em cada um dos seguintes pares: a) i = 15 sen (ωt + 60°) e v = 10 sen (ωt – 20°); b) i = – 2 cos (ωt – 60°) e v = 3 sen (ωt –150°).



A corrente está adiantada 80° em relação à tensão ou v está atrasada 80° em relação à i.



i = – 2 cos (ωt – 60°) = 2 [– cos (ωt – 60°)] = 2 sen (ωt – 60° – 90°) = 2 sen (ωt – 150°) → i e v estão em fase.

Valor médio:

Valor associado a uma onda tal que a área da curva acima deste valor é igual à área abaixo deste valor. Numa senóide este valor é igual a zero.

Valor eficaz ou valor rms:

Valor de corrente ou tensão contínua equivalente, do ponto de vista de dissipação de potência, a uma corrente ou tensão alternada.

$$P_{AC} = R\,i_{AC}^2 = R\left(I_m \operatorname{sen}\omega t\right)^2 = R\left(I_m^2 \operatorname{sen}^2 \omega t\right);\quad \operatorname{sen}^2 \omega t = \frac{1}{2}\left(1-\cos 2\omega t\right)\ \therefore$$

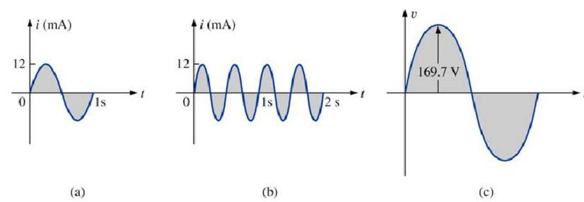
$$\therefore\ P_{AC} = R\,I_m^2\left[\frac{1}{2}\left(1-\cos 2\omega t\right)\right]\ \therefore\ P_{AC} = \frac{R\,I_m^2}{2} - \frac{R\,I_m^2 \cos 2\omega t}{2}\ \text{ onde } \frac{R\,I_m^2}{2} \text{ é a}$$

$$\text{potência média AC; fazendo: } P_{DC} = P_{AC}\ \therefore\ R\,I_{DC}^2 = \frac{R\,I_m^2}{2}\ \therefore\ I_m = \sqrt{2}\,I_{DC}$$

$$\text{ou } I_{DC} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\,I_m \Rightarrow I_{ef} = 0{,}707\,I_m \quad (\text{idem para tensão}).$$

Exemplo:

Encontre os valores eficazes para as formas de onda senoidais abaixo:



Solução:

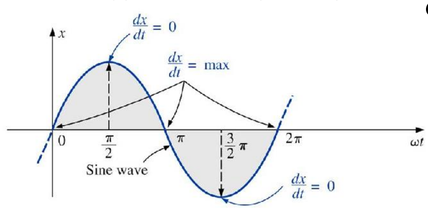
a) $I_{ef} = 0{,}707\left(12.10^{-3}\right) = 8{,}484\,\text{mA};$

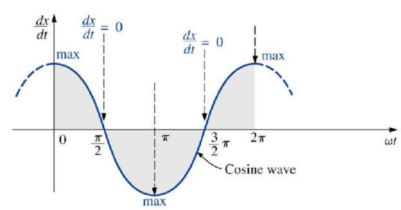
b) $I_{ef} = 8{,}484\,\text{mA} \Rightarrow$ o valor eficaz independe da frequência;

c) $V_{ef} = 0{,}707\left(169{,}73\right) \cong 120\,\text{V}.$

Obs.: A derivada de uma senóide é uma co-senóide e estas duas formas de onda têm o mesmo período e a mesma freqüência. Então:

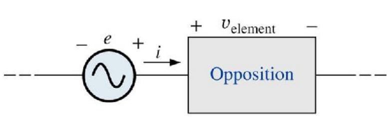
$$e(t) = E_m \operatorname{sen}(\omega t \pm \theta) \Rightarrow \frac{d\,e(t)}{dt} = \omega E_m \cos(\omega t \pm \theta) = 2\pi f\,E_m \cos(\omega t \pm \theta)$$





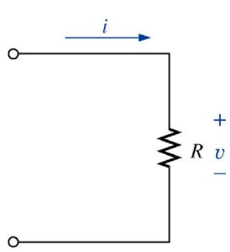
Resposta dos elementos básicos R, L e C a uma tensão ou corrente senoidal:

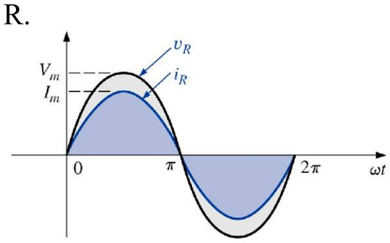
Resistor:



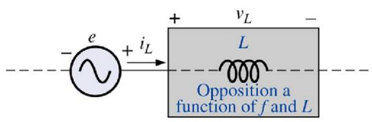
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_m \operatorname{sen}\omega t}{R} = \frac{V_m}{R}\operatorname{sen}\omega t = I_m \operatorname{sen}\omega t \Rightarrow I_m = \frac{V_m}{R}$$

Em um elemento puramente resistivo, a tensão entre seus terminais e a corrente que o atravessa estão em fase e a relação entre os valores de pico das duas grandezas é dada por $V_m = I_m R$.





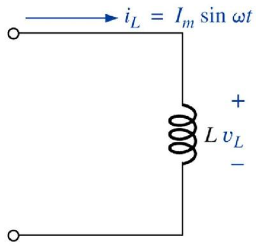
<u>Indutor</u>:



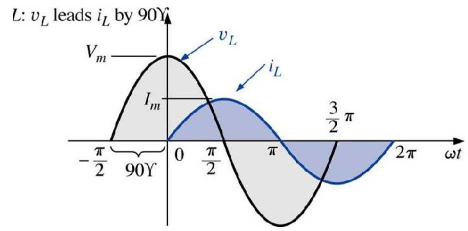
$$v_L(t) = L\frac{d\,i_L(t)}{dt} = L\frac{d(I_m \operatorname{sen}\omega t)}{dt} = \omega L I_m \cos\omega t =$$

$$= V_m \operatorname{sen}(\omega t + 90°) \Rightarrow V_m = \omega L I_m \;\therefore\; \frac{V_m}{I_m} = \omega L \Rightarrow$$

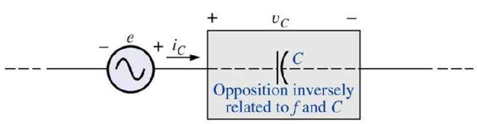
$$\Rightarrow X_L = \omega L \Rightarrow \text{reatância indutiva (em } \Omega).$$



Para um indutor, $v_L(t)$ está adiantada de 90° em relação a $i_L(t)$.



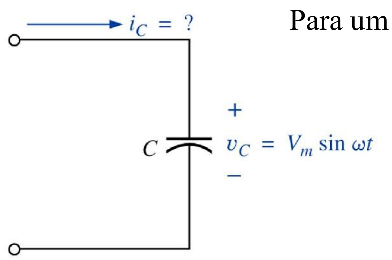
<u>Capacitor</u>:



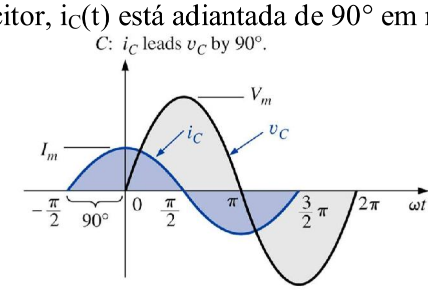
$$i_C(t) = C\frac{d\,v_C(t)}{dt} = L\frac{d(V_m \operatorname{sen}\omega t)}{dt} = \omega C V_m \cos\omega t =$$

$$= I_m \operatorname{sen}(\omega t + 90°) \Rightarrow I_m = \omega C V_m \;\therefore\; \frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \text{reatância capacitiva (em } \Omega).$$



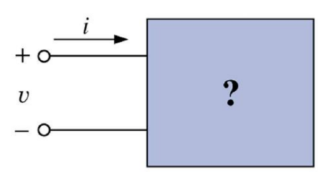
Para um capacitor, $i_C(t)$ está adiantada de 90° em relação a $v_C(t)$.



<u>Conclusão</u>:

Se a corrente está adiantada em relação à tensão aplicada, o circuito é capacitivo; se a corrente está atrasada em relação à tensão, o circuito é indutivo; se a corrente e a tensão estão em fase, o circuito é resistivo.

<u>Exemplo</u>: Dados os pares de expressões para tensões e correntes a seguir, verifique se o elemento envolvido é um capacitor, um indutor ou um resistor e determine os valores de C, L e R se possível.



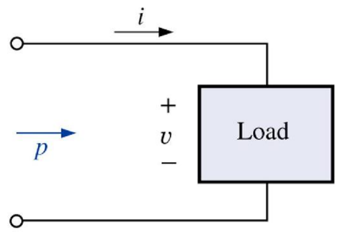
a) v = 100 sen (ωt + 40°) e i = 20 sen (ωt + 40°);
b) v = 1000 sen (377t + 10°) e i = 5 sen (377t – 80°);
c) v = 500 sen (157t + 30°) e i = 1 sen (157t + 120°);
d) v = 50 cos (ωt + 20°) e i = 5 sen (ωt + 110°).

Solução:

a) Como <u>v</u> e <u>i</u> estão em fase → <u>resistor</u> → $R = V_m/I_m = 100/20$ → $R = 5\ \Omega$;
b) Como <u>v</u> está adiantada de 90° em relação a <u>i</u> → <u>indutor</u> → $X_L = V_m/I_m = 1000/5 = 200\ \Omega$ → $\omega L = 200$ → $L = 200/377$ → $L = 0{,}531$ H;
c) Como <u>i</u> está adiantada de 90° em relação a <u>v</u> → <u>capacitor</u> → $X_C = V_m/I_m = 500/1 = 500\ \Omega$ → $1/\omega C = 500$ → $C = 1/(157.500)$ → $C = 12{,}74\ \mu F$;
d) Como <u>v</u> e <u>i</u> estão em fase → <u>resistor</u> → $R = V_m/I_m = 50/5$ → $R = 10\ \Omega$.

<u>Potência AC</u>:

Em um sistema como ao da figura ao lado, a potência fornecida a uma carga em qualquer instante é definida pelo produto da tensão aplicada pela corrente resultante:



$$p = v\,i$$

Se <u>v</u> e <u>i</u> forem grandezas senoidais, teremos: $v = V_m$ sen $(\omega t + \theta_v)$ e $i = I_m$ sen $(\omega t + \theta_i)$ fazendo $\theta = \theta_v - \theta_i$

1º caso: $\theta = 0°$ → <u>v</u> e <u>i</u> em fase → carga puramente resistiva;
2º caso: θ positivo → <u>v</u> adiantada em relação a <u>i</u> → circuito indutivo;
3º caso: $\theta = 90°$ → carga puramente indutiva;
4º caso: θ negativo → <u>i</u> adiantada em relação a <u>v</u> → circuito capacitivo;
5º caso: $\theta = -90°$ → carga puramente capacitiva.

Aplicando relações trigonométricas ao produto vi, temos:

$$p = \left[\frac{V_m I_m}{2}\cos\theta\right] - \left[\frac{V_m I_m}{2}\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]$$

O 1º termo desta equação é constante e representa uma transferência de energia:

$$P = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta = \left(\frac{V_m}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{I_m}{\sqrt{2}}\right)\cos\theta = V_{ef} I_{ef}\cos\theta \Rightarrow \text{Potência média em WATTS (W)}$$

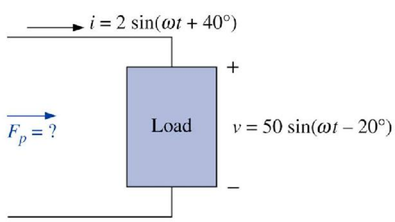
O valor da potência média é o mesmo, quer a tensão esteja atrasada ou adiantada em relação à corrente. Nesta equação, se cos $\theta = 0$, a potência é nula e se cos $\theta = 1$ ela será máxima então, cos θ → F_p → **<u>Fator de Potência</u>**.

<u>Obs</u>.: Os circuitos capacitivos têm um fator de potência adiantado enquanto que circuitos indutivos têm um fator de potência atrasado.

<u>Exemplo</u>:

Determine os fatores de potência das cargas a seguir e verifique se eles são atrasados ou adiantados.

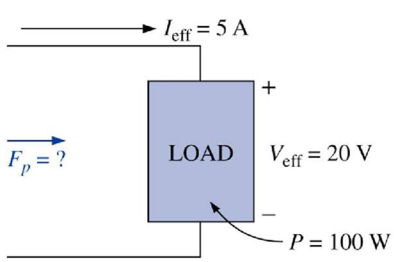
a)



$F_p = \cos\theta = \cos[40° - (-20°)] =$

$= \cos 60° = 0{,}5$ adiantado

b)



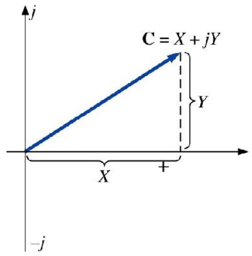
$F_p = \cos\theta = P / V_{ef} \,.\, I_{ef} = 100 / 20 \,.\, 5 =$

$= 100 / 100 = 1$ → carga resistiva →

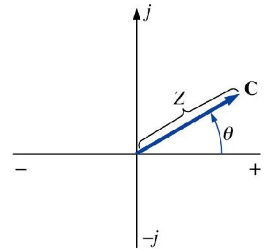
nem adiantado, nem atrasado.

Números complexos:

1) Forma retangular → C = X + jY:



2) Forma polar → C = Z $\underline{/\ \theta\ }$:



3) Retangular para polar: $C = \sqrt{X^2 + Y^2}$ e $\theta = \text{arc tg } Y/X$

4) Polar para retangular: $X = Z \cos\theta$ e $Y = Z \text{ sen } \theta$

Fasor:

É um vetor soma, de módulo constante e com um ponto fixo na origem.

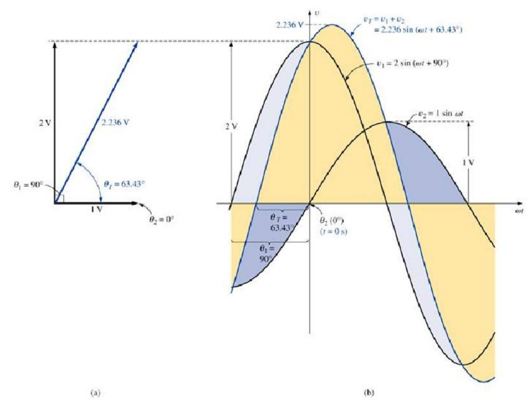
$$|v_T| = \sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} =$$

$$= \sqrt{5} = 2{,}236;\ \theta_T = \text{arc tg}\frac{|v_1|}{|v_2|} =$$

$$= \text{arc tg}\frac{2}{1} = 63{,}43° \Rightarrow$$

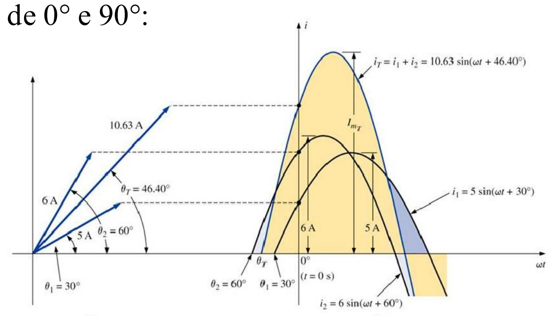
$$\Rightarrow v_T = 2{,}236\ /\underline{63{,}43°}\ \text{ ou}$$

$$v_T = 2{,}236\ \text{sen}\ (\omega t + 63{,}43°).$$



Caso tenhamos ângulos diferentes de 0° e 90°:

$$i_1 = 5\,\text{sen}(\omega t + 30°) = 5/\underline{30°} =$$
$$= (5\cos 30°, 5\,\text{sen}\,30°) = (4{,}33, 2{,}5) =$$
$$= 4{,}33 + j2{,}5;\ i_2 = 6\,\text{sen}(\omega t + 60°) =$$
$$= 6/\underline{60°} = (6\cos 60°, 6\,\text{sen}\,60°) =$$
$$= (3{,}5{,}2) = 3 + j5{,}2;\ i_1 + i_2 = i_T =$$
$$= 7{,}33 + j7{,}7 = 10{,}63/\underline{46{,}4°} =$$
$$= 10{,}63\,\text{sen}(\omega t + 46{,}4°).$$



Também podemos admitir que o módulo de um fasor represente o valor eficaz da função senoidal que o representa. Sabendo-se que a álgebra dos fasores só pode ser aplicada a formas de onda senoidais de mesma freqüência:

$$i_1 = 5\,\text{sen}(\omega t + 30°) = 0{,}707.5/\underline{30°} = 3{,}535/\underline{30°} = 3{,}06 + j1{,}76;\ i_2 = 6\,\text{sen}(\omega t + 60°) =$$

$$= 0{,}707.6/\underline{60°} = 4{,}242/\underline{60°} = 2{,}12 + j3{,}67;\ i_1 + i_2 = i_T = 5{,}18 + j5{,}43 = 7{,}7/\underline{46{,}4°} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}.7{,}7/\underline{46{,}4°} = 10{,}63/\underline{46{,}4°} = 10{,}63\,\text{sen}(\omega t + 46{,}4°).$$

Então, a forma fasorial de uma tensão ou de uma corrente será $V = V_{ef}\ \underline{/\theta}$ e $I = I_{ef}\ \underline{/\theta}$ onde $\underline{\theta}$ é o ângulo de fase.

Exemplos:

1) Converta as expressões a seguir do domínio do tempo para o domínio dos fasores.

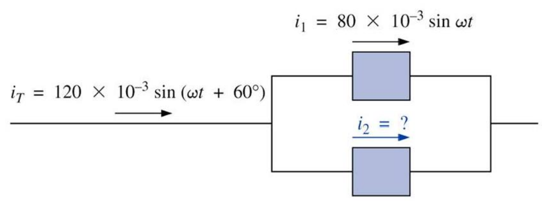
Solução:

a) $\sqrt{2}(50)\text{sen}\,\omega t \Rightarrow$ a) $50\underline{/0°}$;

b) $69{,}6\,\text{sen}(\omega t + 72°) \Rightarrow$ b) $(0{,}707)(69{,}6)\underline{/72°} = 49{,}21\underline{/72°}$;

c) $45\cos\omega t \Rightarrow$ c) $(0{,}707)(45)\underline{/90°} = 31{,}82\underline{/90°}$.

2) Determine a corrente i_2 para o circuito abaixo:



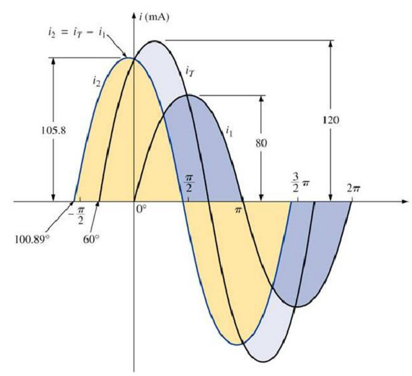
Solução:

$i_T = i_1 + i_2 \;\therefore\; i_2 = i_T - i_1;\; i_T = 120.10^{-3}\,\text{sen}(\omega t + 60°) = 84{,}84\,\text{mA}\underline{/60°} =$

$= 42{,}42\,\text{mA} + j73{,}47\,\text{mA};\; i_1 = 80.10^{-3}\,\text{sen}\,\omega t = 56{,}56\,\text{mA}\underline{/0°} = 56{,}56\,\text{mA} + j0 \;\therefore$

$\therefore\; i_2 = (42{,}42\,\text{mA} - 56{,}56\,\text{mA}) + j(73{,}47\,\text{mA} - 0) = -14{,}14\,\text{mA} + j73{,}47\,\text{mA} =$

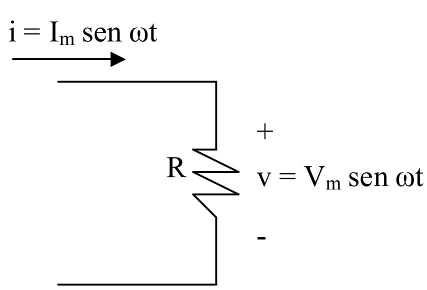
$= 74{,}82\,\text{mA}\underline{/100{,}89°} = \sqrt{2}(74{,}82.10^{-3})\text{sen}(\omega t + 100{,}89°) = 105{,}8.10^{-3}\,\text{sen}(\omega t + 100{,}89°)$.



Impedância:

É uma grandeza que tem módulo e fase mas não é um fasor pois esta grandeza não varia com o tempo.

Elementos resistivos:



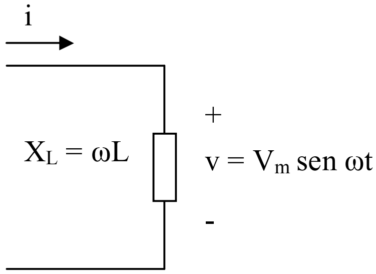
$I_m = \dfrac{V_m}{R} \;\therefore\; V_m = RI_m \;\therefore\; \dfrac{V_m}{I_m} = R;$

em forma fasorial: $v = V_m\,\text{sen}\,\omega t = V\underline{/0°}$;

$i = I_m\,\text{sen}\,\omega t = I\underline{/0°} \Rightarrow \dfrac{v}{i} = \dfrac{V\underline{/0°}}{I\underline{/0°}} = \dfrac{V}{I}\underline{/0°} \;\therefore$

$\therefore\; Z_R = R\underline{/0°} \Rightarrow$ impedância.

Reatância indutiva:



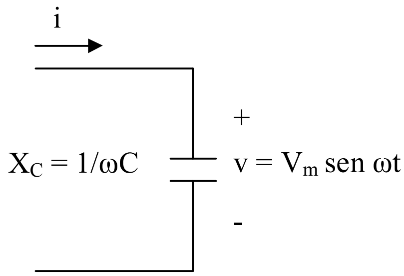
$$I_m = \frac{V_m}{R} \;\therefore\; V_m = RI_m \;\therefore\; \frac{V_m}{I_m} = R;$$

em forma fasorial: $v_L = V_m \operatorname{sen} \omega t = V_L \underline{/0^\circ}$;

$$i_L = I_m \operatorname{sen}(\omega t - 90^\circ) = I_L \underline{/-90^\circ} \Rightarrow \frac{v_L}{i_L} = \frac{V_L \underline{/0^\circ}}{I_L \underline{/-90^\circ}} =$$

$$= \frac{V_L}{I_L} \underline{/90^\circ} \;\therefore\; Z_L = X_L \underline{/90^\circ} \Rightarrow \text{impedância.}$$

Reatância capacitiva:



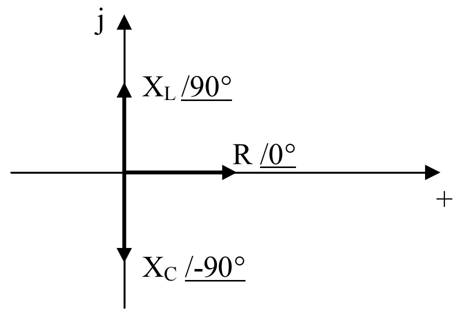
$$I_m = \frac{V_m}{R} \;\therefore\; V_m = RI_m \;\therefore\; \frac{V_m}{I_m} = R;$$

em forma fasorial: $v_C = V_m \operatorname{sen} \omega t = V_C \underline{/0^\circ}$;

$$i_C = I_m \operatorname{sen}(\omega t + 90^\circ) = I_C \underline{/90^\circ} \Rightarrow \frac{v_C}{i_C} = \frac{V_C \underline{/0^\circ}}{I_C \underline{/90^\circ}} =$$

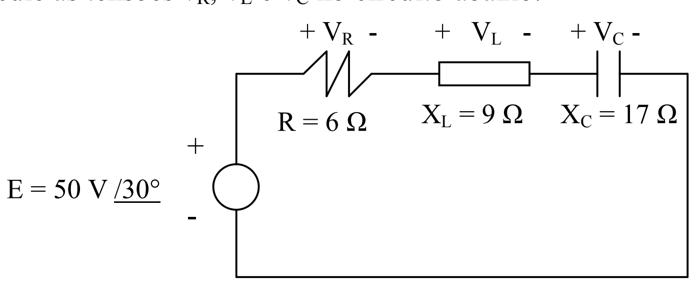
$$= \frac{V_C}{I_C} \underline{/-90^\circ} \;\therefore\; Z_C = X_C \underline{/-90^\circ} \Rightarrow \text{impedância.}$$

Diagrama de impedâncias:



Exemplo:

Calcule as tensões v_R, v_L e v_C no circuito abaixo:



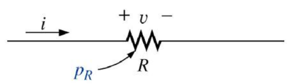
$$\text{Solução: } v_R = \frac{Z_R E}{Z_R + Z_L + Z_C} = \frac{(6\,\Omega\underline{/0^\circ})(50\,V\underline{/30^\circ})}{(6\,\Omega\underline{/0^\circ}) + (9\,\Omega\underline{/90^\circ}) + (17\,\Omega\underline{/-90^\circ})} = \frac{300\,\Omega V\underline{/30^\circ}}{6 + j9 - j17} =$$

$$= \frac{300\,\Omega V\underline{/30^\circ}}{6 - j8} = \frac{300\,\Omega V\underline{/30^\circ}}{10\,\Omega\underline{/-53{,}13^\circ}} \;\therefore\; v_R = 30\,V\underline{/83{,}13^\circ};\; v_L = \frac{Z_L E}{Z_T} = \frac{(9\,\Omega\underline{/90^\circ})(50\,V\underline{/30^\circ})}{10\,\Omega\underline{/-53{,}13^\circ}} =$$

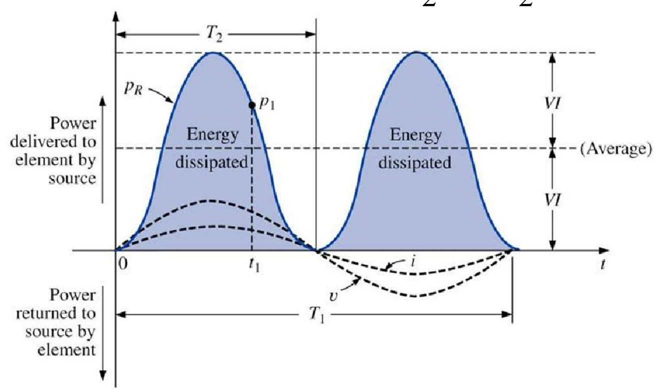
$$= \frac{450\,\Omega V\underline{/120^\circ}}{10\,\Omega\underline{/-53{,}13^\circ}} \;\therefore\; v_L = 45\,V\underline{/173{,}13^\circ};\; v_C = \frac{Z_C E}{Z_T} = \frac{(17\,\Omega\underline{/-90^\circ})(50\,V\underline{/30^\circ})}{10\,\Omega\underline{/-53{,}13^\circ}} =$$

$$= \frac{850\,\Omega V\underline{/-60^\circ}}{10\,\Omega\underline{/-53{,}13^\circ}} \;\therefore\; v_C = 85\,V\underline{/-6{,}87^\circ}.$$

<u>Circuitos resistivos</u>:



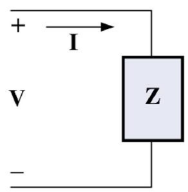
$$\theta = 0° \Rightarrow P_R = \frac{V_m I_m}{2} - \frac{V_m I_m}{2}\cos 2\omega t$$



Toda a potência fornecida a um resistor é dissipada em forma de calor.

<u>Potência Aparente (S)</u>:

Como o fator de potência de uma carga tem influência sobre a potência dissipada por ela, consideramos o produto tensão x corrente (VI) em uma carga como a <u>potência aparente</u>, dada em Volt-Ampères (VA).



$S = V\,I \rightarrow V = I\,Z \rightarrow I = V / Z \rightarrow S = I^2 Z$ e $S = V^2 / Z$

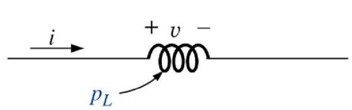
A potência média fornecida à carga é:

$P = V\,I\cos\theta \rightarrow P = S\cos\theta \rightarrow F_p = \cos\theta = P / S$

O fator de potência de um circuito é a relação entre a potência média e a potência aparente. Para um circuito puramente resistivo $\rightarrow F_p = 1$

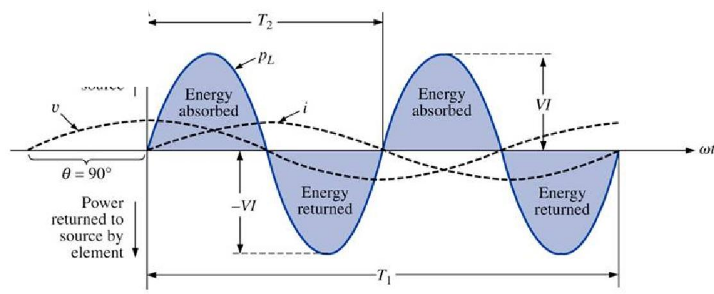
Em geral, a potência de equipamentos é especificada em VA ou kVA e não em W. Por exemplo, um equipamento cuja potência de trabalho é 10 kVA e cuja tensão de operação é 200 V não deve operar com uma corrente maior que: I = 10000 / 200 = 50 A.

<u>Circuitos indutivos</u>:



<u>v</u> adiantada 90° em relação a <u>i</u> $\rightarrow \theta = 90° \rightarrow$

$\rightarrow P_L = V\,I\,\text{sen}\,2\omega t$



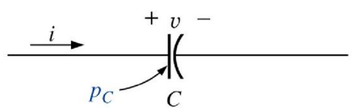
Não tem potência média e nenhuma energia é perdida no processo.

<u>Potência Reativa (Q)</u>:

Q = V I sen θ VAR (Volt-Ampères Reativos); Para um indutor: $Q_L = V\,I$ como $V = I\,X_L$ → $I = V / X_L$ → $Q_L = I^2\,X_L$ e $Q_L = V^2 / X_L$

A potência aparente associada a um indutor é S = V I e a potência média é P = 0 logo, o fator de potência será: $F_p = \cos\theta = P / S = 0 / VI = 0$.

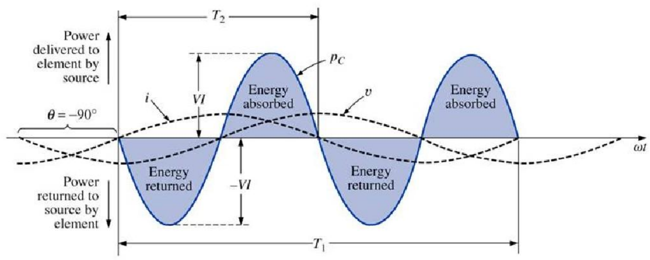
<u>Circuitos capacitivos:</u>



<u>i</u> está adiantada de 90° em relação a <u>v</u> → θ = – 90° →

→ $P_C = -\,V\,I\,\text{sen}\,2\omega t$

$Q_C = V\,I$ (VAR) → $Q_C = I^2\,X_C$ → $Q_C = V^2 / X_C$; $F_p = \cos\theta = P / S = 0 / VI = 0$



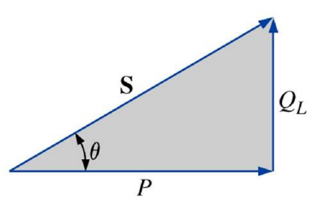
<u>Triângulo das potências</u>:

As grandezas <u>potência aparente</u> (S), <u>potência média</u> (P) e <u>potência reativa</u> (Q) estão relacionadas pela seguinte equação vetorial:

$$\vec{S} = \vec{P} + \vec{Q} \quad onde \quad \vec{P} = P\underline{/0°};\ \ \vec{Q}_L = Q_L\underline{/90°} \ \ e \ \ \vec{Q}_C = Q_C\underline{/-90°}.$$

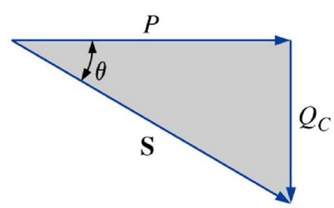
<u>Diagramas de potência</u>:

<u>Cargas indutivas</u>:



$$\vec{S} = \vec{P} + j\vec{Q}_L$$

<u>Cargas capacitivas</u>:

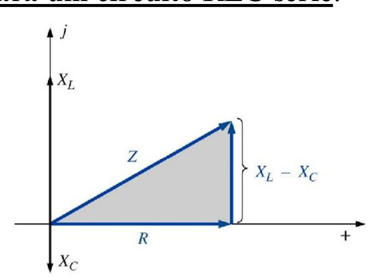


$$\vec{S} = \vec{P} - j\vec{Q}_C$$

<u>Obs</u>.: Como os vetores associados à potência reativa e à potência média são sempre perpendiculares, os valores das 3 potências estão relacionados pelo teorema de Pitágoras:

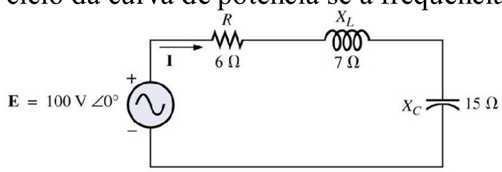
$$S^2 = P^2 + Q^2$$

<u>Diagrama de impedância para um circuito RLC série</u>:



Exemplo:

a) Encontre o número total de Watts, Volt-Ampères Reativos e Volt-Ampères e o fator de potência F_P para o circuito abaixo; b) Desenhe o triângulo das potências; c) Encontre a energia dissipada pelo resistor durante um ciclo completo da tensão, se a freqüência da tensão for 60 Hz; d) Encontre a energia armazenada ou devolvida pelo capacitor e pelo indutor durante meio ciclo da curva de potência se a freqüência da tensão for 60 Hz.



Solução:

$$\text{a)}\quad I=\frac{E}{Z_T}=\frac{100\,V\angle 0°}{6\Omega+j7\Omega-j15\Omega}=\frac{100\,V\angle 0°}{10\Omega\angle -53{,}13°}\quad\therefore\quad I=10\,A\angle 53{,}13°;$$

$$V_R=(10\,A\angle 53{,}13°)(6\Omega\angle 0°)\quad\therefore\quad V_R=60\,V\angle 53{,}13°;\ V_L=(10\,A\angle 53{,}13°)(7\Omega\angle 90°)\ \therefore$$

$$\therefore\quad V_L=70\,V\angle 143{,}13°;\ V_C=(10\,A\angle 53{,}13°)(15\Omega\angle -90°)\quad\therefore\quad V_C=150\,V\angle -36{,}87°;$$

$$P_T=E\,I\cos\theta=(100\,V)(10\,A)\cos 53{,}13°\quad\therefore\quad P_T=600\,W\quad\text{ou}\quad P_T=I^2R$$

$$=(10\,A)^2(6\Omega)=600\,W\quad\text{ou}\quad P_T=\frac{V_R{}^2}{R}=\frac{(60\,V)^2}{6\Omega}=600\,W;$$

$$S_T=E\,I=(100\,V)(10\,A)\quad\therefore\quad S_T=1000\,VA\quad\text{ou}\quad S=I^2Z_T=$$

$$=(10\,A)^2(10\Omega)=1000\,VA\quad\text{ou}\quad S_T=\frac{E^2}{Z_T}=\frac{(100\,V)^2}{10\Omega}=1000\,VA;\quad Q_T=E\,I\,\text{sen}\,\theta=$$

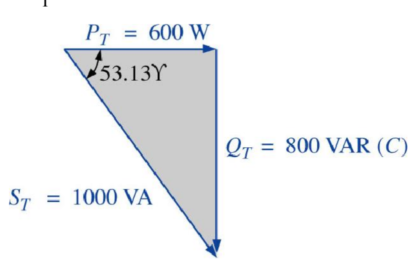
$$=(100\,V)(10\,A)\,\text{sen}\,53{,}13°\quad\therefore\quad Q_T=800\,VAR\quad\text{ou}\quad Q_T=Q_C-Q_L=I^2(X_C-X_L)=$$

$$=(10\,A)^2(15\Omega-7\Omega)=800\,VAR\quad\text{ou}\quad Q_T=\frac{V_C{}^2}{X_C}-\frac{V_L{}^2}{X_L}=\frac{(150\,V)^2}{15\Omega}-\frac{(70\,V)^2}{7\Omega}=$$

$$=1500\,VAR-700\,VAR=800\,VAR;$$

$$F_P=\frac{P_T}{S_T}=\frac{600\,W}{1000\,VA}\quad\therefore\quad F_P=0{,}6\ \text{adiantado (capacitivo)}.$$

b)



$$\text{c)}\quad W_R=\frac{V_R I}{f}=\frac{(60\,V)(10\,A)}{60\,Hz}\quad\therefore$$

$$\therefore\quad W_R=10\,J.$$

$$\text{d)}\quad W_L=\frac{V_L I}{\omega}=\frac{(70\,V)(10\,A)}{(2\pi)(60\,Hz)}\ \therefore\ W_L=1{,}86\,J;\ W_C=\frac{V_C I}{\omega}=\frac{(150\,V)(10\,A)}{(2\pi)(60\,Hz)}\ \therefore\ W_C=3{,}98\,J.$$

Obs.: Os consumidores de energia elétrica pagam pela potência aparente que consomem e não pela potência dissipada em seus equipamentos. Assim, quanto mais próximo de 1 estiver o fator de potência de um consumidor, maior a eficiência dos seus equipamentos.

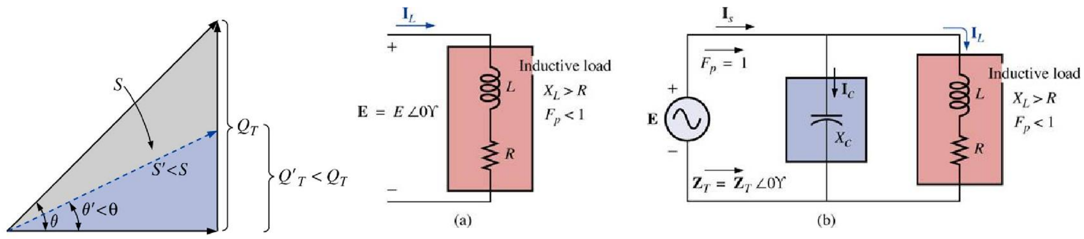
<u>Correção do fator de potência</u>:

Correntes altas → perdas de potência nas linhas de transmissão ($P = I^2R$) → condutores mais parrudos → maior capacidade de geração de energia.

<u>Conclusão</u>:

Limitar a corrente ao mínimo necessário. Esta corrente é mínima quando S = P, $Q_T = 0$ → $F_P = 1$ → carga resistiva → introduz-se elementos reativos para levar o fator de potência a um valor mais próximo da unidade → **correção do fator de potência.**

Como em geral as cargas são indutivas, o processo normalmente envolve a introdução de elementos capacitivos para aumentar o fator de potência.



$I_s = I_C + I_L = - j\, I_C + (I_L + j\, I_L') = I_L + j\,(I_L' - I_C)$; se X_C for escolhido para $I_C = I_L'$ →
→ $I_s = I_L + j\,(0) = I_L \,\underline{/\,0°}$ → o circuito parece "resistivo".

<u>Exemplos</u>:

1) Um motor de 5 hp com um fator de potência atrasado 0,6 e cuja eficiência é 92 % está conectado a uma fonte de 208 V e 60 Hz.
   a) Construa o triângulo de potências para a carga;
   b) Determine o valor do capacitor que deve ser ligado em paralelo com a carga de modo a aumentar o fator de potência para 1;
   c) Compare a corrente na fonte do circuito compensado com a do circuito não compensado;
   d) Determine o circuito equivalente para o circuito acima e verifique as conclusões.

Solução:

a) $1\,\text{hp} \rightarrow 746\,\text{W} \quad \therefore \quad P_o = 5\,\text{hp} = 5.746 = 3730\,\text{W};$

$$P_i = \frac{P_o}{\eta} = \frac{3730}{0{,}92} = 4054{,}35\,\text{W};$$

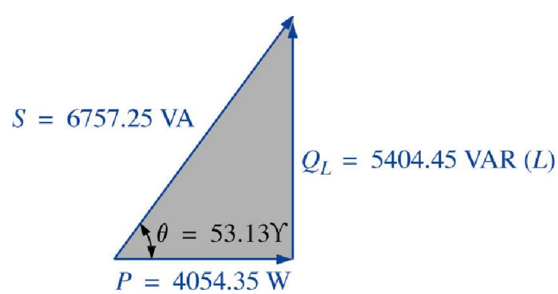
$$F_p = \cos\theta = 0{,}6 \quad \therefore \quad \theta = \arccos 0{,}6 = 53{,}13°;$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{Q_L}{P_i} \quad \therefore \quad Q_L = P_i\,\text{tg}\,\theta =$$

$$= 4054{,}35.\text{tg}\,53{,}13° = 5405{,}8\,\text{VAR};$$

$$S = \sqrt{P_i^{\,2} + Q_L^{\,2}} = \sqrt{(4054{,}35)^2 + (5405{,}8)^2} =$$

$$= 6757{,}25\,\text{VA}.$$



b) Para $F_p = 1$: $\quad Q_C = Q_L \quad \Rightarrow \quad \dfrac{V^2}{X_C} = 5405{,}8 \quad \therefore \quad X_C = \dfrac{(208)^2}{5405{,}8} = 8\,\Omega \quad \therefore$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi.60.8} \quad \therefore \quad C = 331{,}6\,\mu\text{F}.$$

c) Para $F_p = 0,6 \Rightarrow S = VI = 6757,25 \quad \therefore \quad I = \frac{S}{V} = \frac{6757,25}{208} = 32,49\,A;$

Para $F_p = 1 \Rightarrow S = VI = 4054,35 \quad \therefore \quad I = \frac{S}{V} = \frac{4054,35}{208} = 19,49\,A;$

o que resulta em uma redução de 40 % na corrente da fonte.

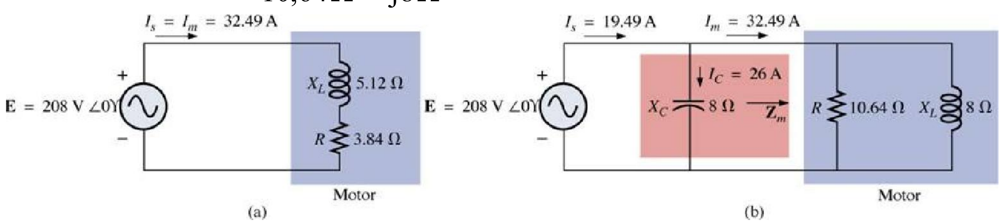
d) $P = EI_m \cos\theta = 4054,35 \quad \therefore \quad I_m = \frac{4054,35}{208.0,6} = 32,49\,A \Rightarrow I_m = 32,49\,A\angle{-53,13°};$

$$Z_m = \frac{E}{I_m} = \frac{208\,V\angle 0°}{32,49\,A\angle{-53,13°}} = 6,4\,\Omega\angle 53,13° \Rightarrow$$

$Z_m = 3,84\,\Omega + j5,12\,\Omega$ como mostra a fig. (a);

Carga em paralelo equivalente : $Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{6,4\,\Omega\angle 53,13°} = 0,156\,S\angle{-53,13°} \Rightarrow$

$Y = 0,094\,S - j0,125\,S = \frac{1}{10,64\,\Omega} + \frac{1}{j8\,\Omega}$ como mostra a fig. (b).



Fica claro que o efeito da reatância indutiva de 8 Ω pode ser compensado por uma reatância capacitiva de 8 Ω em paralelo, usando um capacitor de 332 µF para correção do fator de potência. O módulo da corrente no ramo onde está o capacitor pode ser obtido da seguinte forma:

$$I_C = \frac{E}{X_C} = \frac{208}{8} = 26\,A.$$

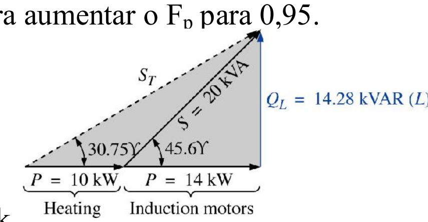
2) Uma pequena usina geradora industrial alimenta 10 kW de aquecedores e 20 kVA de motores elétricos. Os elementos de aquecimento são considerados puramente resistivos (F_p = 1) e os motores possuem um fator de potência atrasado igual a 0,7. Se a fonte é de 1000 V e 60 Hz, determine a capacitância necessária para aumentar o F_p para 0,95.

Solução:

Para os motores : $S = VI = 20\,kVA \Rightarrow$

$P = VI\cos\theta = 20k.0,7 = 14\,kW;\ \theta = \arccos 0,7$

$\theta \cong 45,6°;\ Q_L = VI\,\text{sen}\,\theta = 20k.0,714 = 14,28\,kVAR;$



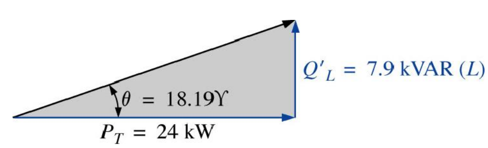
$S_T = \sqrt{(24k)^2 + (14,28k)^2} = 27,93\,kVA;\ I = \frac{S_T}{V} = \frac{27,93k}{1000} = 27,93\,A.$

Para $F_p = 0,95 : \theta = \arccos 0,95 = 18,19° \quad \therefore \quad \text{tg}\,\theta = \frac{Q_L'}{P_T} \Rightarrow Q_L' = P_T\,\text{tg}\,\theta = 24k.0,329 =$

$= 7,9\,kVAR \Rightarrow Q_L - Q_L' = 14,28k - 7,9k = 6,38\,kVAR \Rightarrow Q_C = \frac{V^2}{X_C} \Rightarrow$

$$X_C = \frac{V^2}{Q_C} = \frac{(10^3)^2}{6,38\,k} = 156,74\,\Omega;$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi.60.156,74} = 16,93\,\mu F.$$



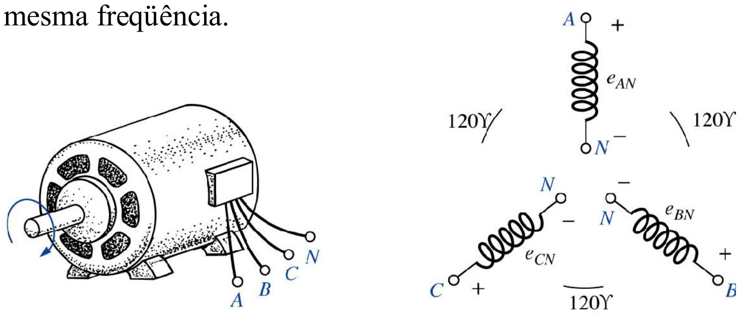
<u>Sistemas trifásicos</u>:

A preferência por sistemas trifásicos em lugar dos monofásicos para a transmissão de energia pode ser justificada por muitos motivos, como por exemplo:

1. É possível usar condutores bem mais finos para transmitir a mesma potência à mesma tensão, o que reduz em cerca de 25% a quantidade de cobre necessária e conseqüentemente reduz os custos de fabricação e manutenção das linhas.
2. Linhas mais leves são mais fáceis de instalar e as torres de sustentação podem ser mais delgadas e mais espaçadas.
3. Motores e equipamentos trifásicos apresentam melhores características de partida e operação que os sistemas monofásicos porque a transferência de potência da fonte para a carga nos sistemas trifásicos está menos sujeita a flutuações.
4. Quase todos os motores de grande porte são trifásicos porque, ao contrário dos motores monofásicos, eles não necessitam de circuitos especiais para a partida.

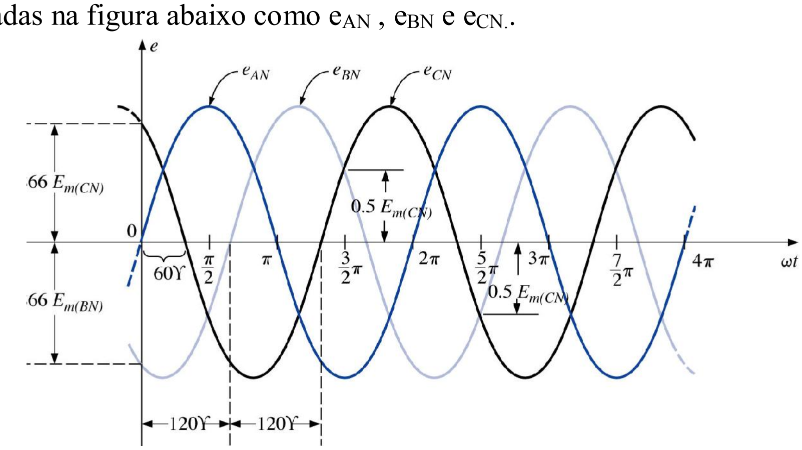
<u>Gerador trifásico</u>:

Utiliza três enrolamentos distribuídos simetricamente ao longo de rotor (parte giratória do gerador), sendo que eles possuem o mesmo número de espiras e giram com a mesma velocidade angular. As tensões induzidas nesses enrolamentos têm a mesma amplitude e a mesma freqüência.



(a) (b)

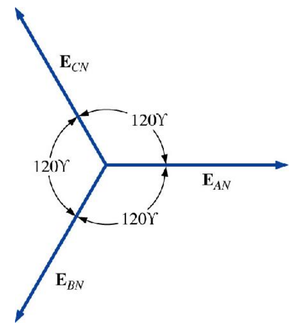
Essas tensões, que são geradas quando se faz girar o eixo do gerador com o auxílio de algum equipamento externo, como um motor ou uma turbina, estão representadas na figura abaixo como e_{AN} , e_{BN} e e_{CN}.



Observe que as 3 formas de onda são idênticas, a não ser por uma defasagem de 120° e que em qualquer instante, a soma fasorial das 3 tensões de fase de um gerador trifásico é nula (vide o instante ωt = 0).

As expressões matemáticas e o diagrama fasorial das tensões são os seguintes:

$$e_{AN} = E_{m(AN)} \operatorname{sen} \omega t;$$
$$e_{BN} = E_{m(BN)} \operatorname{sen}(\omega t - 120°);$$
$$e_{CN} = E_{m(CN)} \operatorname{sen}(\omega t - 240°) = E_{m(CN)} \operatorname{sen}(\omega t + 120°).$$

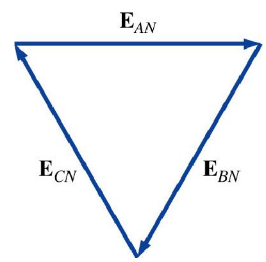


$E_{AN} = 0{,}707\, E_{m(AN)}$ $\qquad E_{AN} = E_{AN} \underline{/0°}$

$E_{BN} = 0{,}707\, E_{m(BN)}$ $\qquad E_{BN} = E_{BN} \underline{/-120°}$

$E_{CN} = 0{,}707\, E_{m(CN)}$ $\qquad E_{CN} = E_{CN} \underline{/120°}$

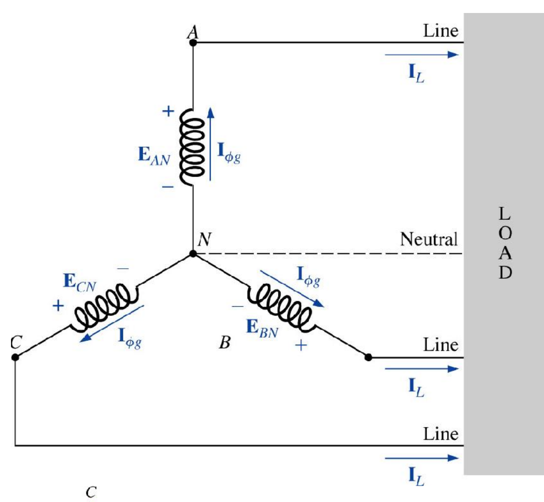
Desenhando de outra forma os fasores e aplicando a regra segundo a qual a soma de 3 ou mais vetores é nula sempre que, ao desenharmos esses vetores, a ponta do último vetor se encontrar com a origem do primeiro:



$$\sum (E_{AN} + E_{BN} + E_{CN}) = 0$$

<u>Gerador do tipo Y</u>:

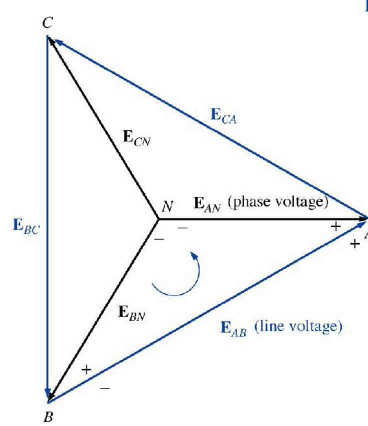
Quando os 3 terminais **<u>N</u>** são ligados entre si, o gerador é chamado de <u>gerador trifásico tipo Y</u>. Este ponto comum aos 3 terminais é chamado de <u>neutro</u>. Os 3 condutores usados para ligar os terminais **<u>A</u>**, **<u>B</u>** e **<u>C</u>** à carga do circuito são chamados de linhas e a corrente de linha é igual à corrente de fase, isto é:



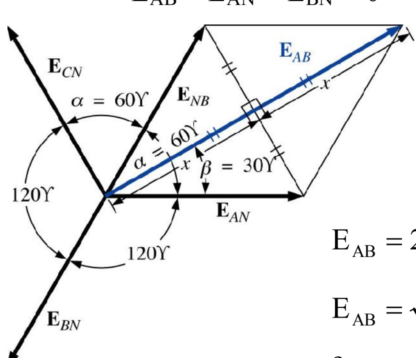
$$I_L = I_{\Phi g}$$

onde o índice **<u>Φ</u>** é usado para indicar que se trata de uma fase e o índice **<u>g</u>**, para indicar que se trata de um gerador.

A tensão entre uma linha e outra é chamada de <u>tensão de linha</u>. Em um diagrama fasorial é o fasor que liga as extremidades dos fasores associados a duas fases, no sentido anti-horário. Aplicando a lei de Kirchoff para tensões:



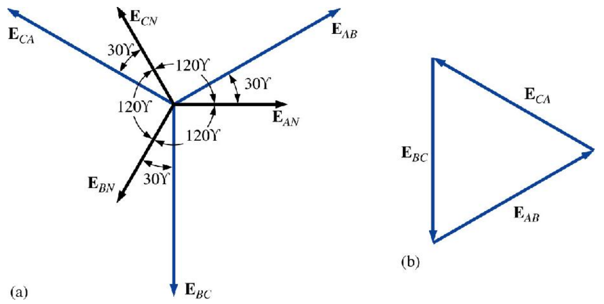
$$E_{AB} - E_{AN} + E_{BN} = 0$$



$$E_{AB} = 2 E_{AN} \cos 30° = 2\frac{\sqrt{3}}{2} E_{AN} = \sqrt{3}\, E_{AN} \Rightarrow E_L = \sqrt{3}\, E_{\Phi}.$$

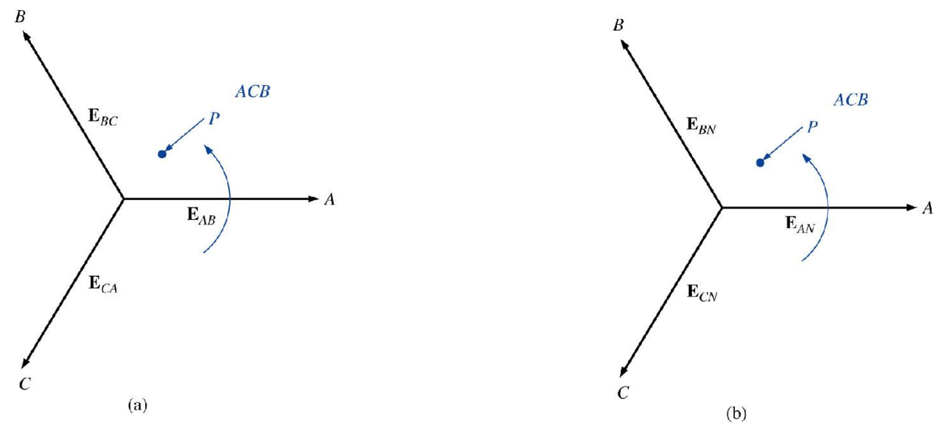
$$E_{AB} = \sqrt{3}\, E_{AN} \underline{/30°} \Rightarrow e_{AB} = \sqrt{2}\, E_{AB} \operatorname{sen}(\omega t + 30°);$$

$$e_{CA} = \sqrt{2}\, E_{CA} \operatorname{sen}(\omega t + 150°) \text{ e } e_{BC} = \sqrt{2}\, E_{BC} \operatorname{sen}(\omega t + 270°).$$



$$\sum (E_{AB} + E_{CA} + E_{BC}) = 0$$

Diagrama de fasores a partir da seqüência de fase:

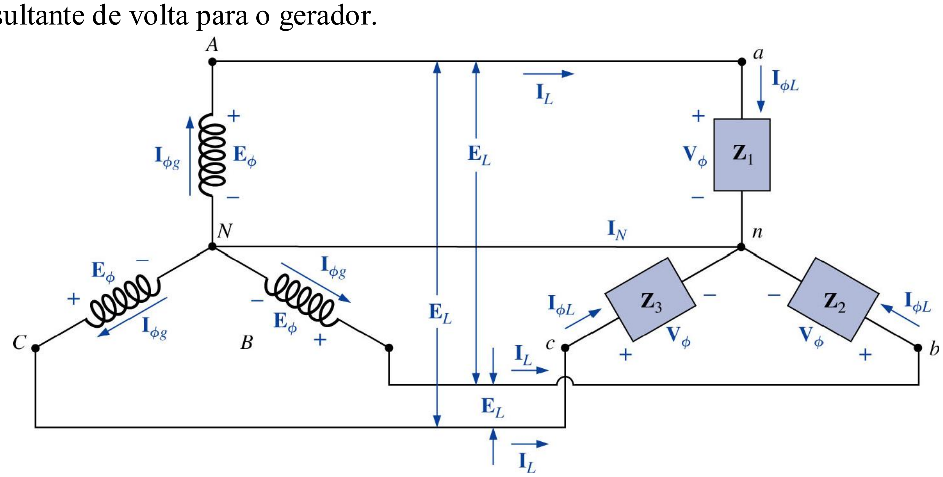


Tensão de linha $\begin{cases} E_{AB} = E_{AB}\underline{/0^\circ} \text{ (referência)} \\ E_{CA} = E_{CA}\underline{/-120^\circ} \\ E_{BC} = E_{BC}\underline{/120^\circ} \end{cases}$

Tensão de fase $\begin{cases} E_{AN} = E_{AN}\underline{/0^\circ} \text{ (referência)} \\ E_{CN} = E_{CN}\underline{/-120^\circ} \\ E_{BN} = E_{BN}\underline{/120^\circ} \end{cases}$

Sistemas Y – Y:

Quando uma carga tipo Y é ligada a um gerador tipo Y, o sistema é chamado Y-Y. Quando a carga é equilibrada, o fio que liga o neutro do gerador ao neutro da carga pode ser removido sem que o circuito seja afetado. Isso acontece porque se $Z_1 = Z_2 = Z_3$ a corrente I_N é nula. Porém, este fio é necessário para transportar a corrente resultante de volta para o gerador.

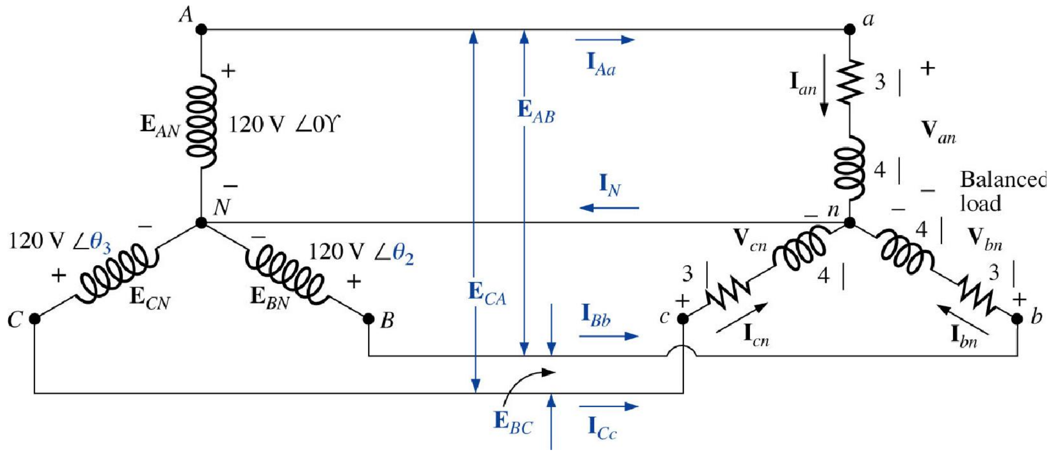


$$I_{\Phi g} = I_L = I_{\Phi L}\ ; \qquad V_\Phi = E_\Phi\ ; \qquad E_L = \sqrt{3}\, V_\Phi$$

Exemplo:

A seqüência de fase do gerador tipo Y da figura abaixo é ABC.

a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3;
b) Determine o módulo das tensões de linha;
c) Determine as correntes de linha;
d) Verifique que, como a carga é balanceada, $I_N = 0$.



a) Para a sequência ABC: $\theta_2 = -120°$ e $\theta_3 = +120°$;

b) $E_L = \sqrt{3}\,E_\Phi = (1{,}73)(120) = 208\,V \Rightarrow E_{AB} = E_{BC} = E_{CA} = 208\,V$;

c) $V_\Phi = E_\Phi \Rightarrow V_{an} = E_{AN}$; $V_{bn} = E_{BN}$; $V_{cn} = E_{CN}$ $\therefore$

$$\therefore\ I_{\Phi L} = I_{an} = \frac{V_{an}}{Z_{an}} = \frac{120\angle 0°}{3 + j4} = \frac{120\angle 0°}{5\angle 53{,}13°} = 24\angle -53{,}13°\,A;$$

$$I_{bn} = \frac{V_{bn}}{Z_{bn}} = \frac{120\angle -120°}{5\angle 53{,}13°} = 24\angle -173{,}13°\,A;\quad I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z_{cn}} = \frac{120\angle 120°}{5\angle 53{,}13°} = 24\angle 66{,}87°\,A;$$

e como $I_L = I_{\Phi L} \Rightarrow I_{Aa} = I_{an} = 24\angle -53{,}13°\,A$; $I_{Bb} = I_{bn} = 24\angle -173{,}13°\,A$;

$I_{Cc} = I_{cn} = 24\angle 66{,}87°\,A$;

d) $I_N = I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc} \Rightarrow$ na forma retangular: $I_{Aa} = 14{,}40 - j19{,}20\,A$;

$I_{Bb} = -23{,}83 - j2{,}87\,A$; $I_{Cc} = 9{,}43 + j22{,}07\,A \Rightarrow$

$\Rightarrow \sum(I_{Aa} + I_{Bb} + I_{Cc}) = 0 + j0 \Rightarrow I_N = 0$ (carga equilibrada).

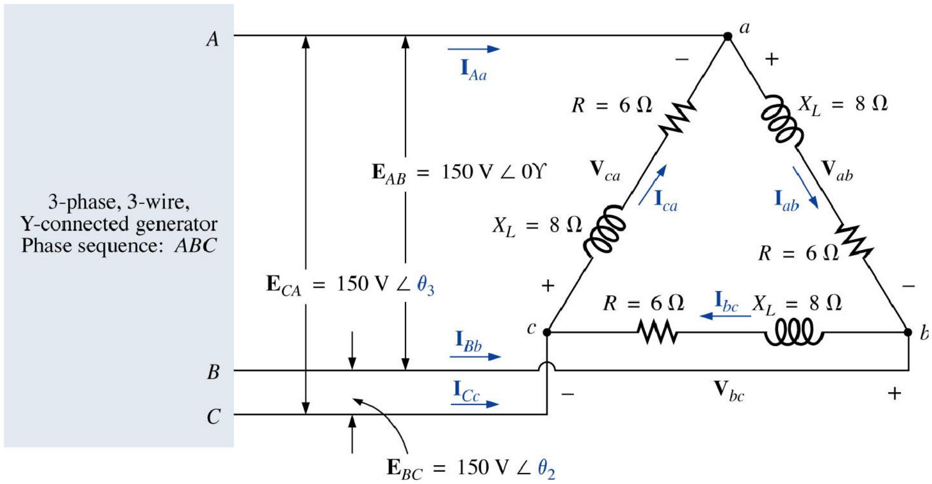
Sistemas Y – Δ:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3\,; \qquad V_\Phi = E_L\,; \qquad I_L = \sqrt{3}\,I_\Phi$$

Exemplo:

Para o sistema trifásico da figura abaixo:

a) Determine os ângulos de fase θ_2 e θ_3;
b) Determine as correntes de fase da carga;
c) Determine o módulo das correntes de linha.



a) Para a sequência ABC: $\theta_2 = -120°$ e $\theta_3 = +120°$;

b) $V_\Phi = E_L \Rightarrow V_{ab} = E_{AB}$; $V_{ca} = E_{CA}$; $V_{bc} = E_{BC}$ ∴

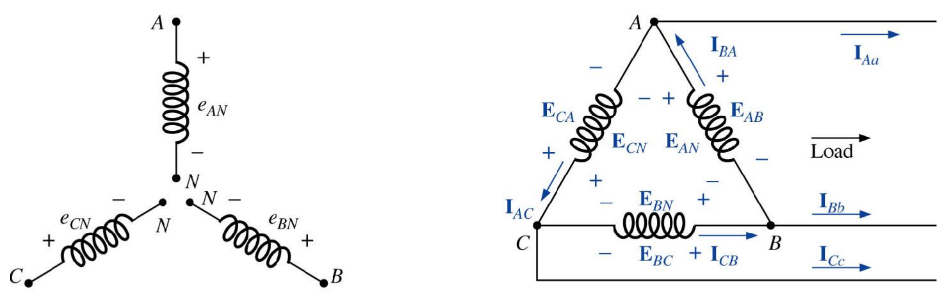
$$\therefore\ I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{150\underline{/0°}}{6+j8} = \frac{150\underline{/0°}}{10\underline{/53{,}13°}} = 15\underline{/-53{,}13°}\ \text{A};$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{150\underline{/-120°}}{10\underline{/53{,}13°}} = 15\underline{/-173{,}13°}\ \text{A};\quad I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{150\underline{/120°}}{10\underline{/53{,}13°}} = 15\underline{/66{,}87°}\ \text{A};$$

c) $I_L = \sqrt{3}\, I_\Phi = (1{,}73)(15) = 25{,}95\ \text{A} \Rightarrow I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 25{,}95\ \text{A}.$

<u>Gerador tipo Δ</u>:

Quando os enrolamentos do gerador são ligados conforme o desenho da figura abaixo, o sistema é chamado de gerador trifásico do tipo Δ.

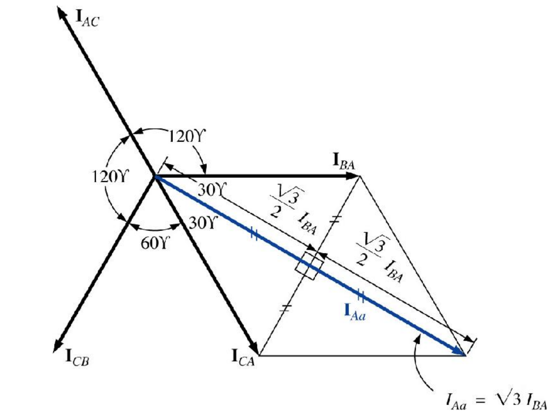


(a) (b)

$$\left.\begin{array}{lll} E_{AB} = E_{AN} & \text{e} & e_{AN} = \sqrt{2}\,E_{AN}\,\text{sen}\,\omega t \\ E_{BC} = E_{BN} & \text{e} & e_{BN} = \sqrt{2}\,E_{BN}\,\text{sen}\,(\omega t - 120°) \\ E_{CA} = E_{CN} & \text{e} & e_{CN} = \sqrt{2}\,E_{CN}\,\text{sen}\,(\omega t + 120°) \end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{Sequência}\\ \text{de fases}\\ \text{ABC}\end{array}\ \Bigg|\ \text{ou}\ E_L = E_{\Phi g}$$

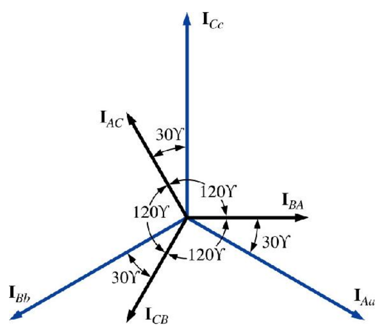
$$I_{BA} = I_{Aa} + I_{AC}\ \therefore\ I_{Aa} = I_{BA} - I_{AC}\ \therefore\ I_{Aa} = I_{BA} + I_{CA}$$

Diagrama fasorial para uma carga equilibrada:

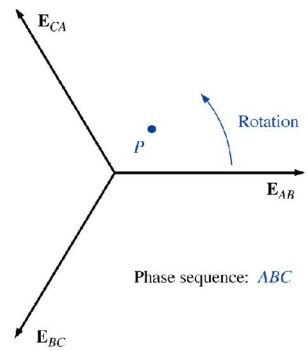


$$\left.\begin{aligned} I_{Aa} &= \sqrt{3}\, I_{BA}\,\underline{/-30^\circ} \\ I_{Bb} &= \sqrt{3}\, I_{CB}\,\underline{/-150^\circ} \\ I_{Cc} &= \sqrt{3}\, I_{AC}\,\underline{/\,90^\circ} \end{aligned}\right\} \text{ ou seja } I_L = \sqrt{3}\, I_{\Phi g}$$

Diagrama fasorial das correntes:



Seqüência de fases do gerador tipo Δ:

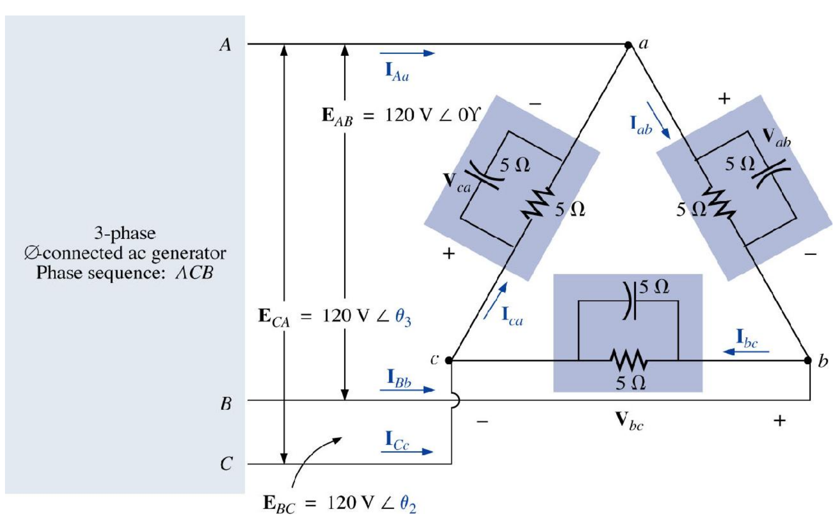


Sistemas Δ – Δ:

Exemplo:

Para o sistema abaixo, determine:

a) os ângulos de fase θ_2 e θ_3 para a seqüência de fases especificada;
b) as correntes de fase da carga;
c) o módulo das correntes de linha.



$a)$ Para a sequência ACB: $\theta_2 = 120°$ e $\theta_3 = -120°$;

$b)$ $V_\Phi = E_L \Rightarrow V_{ab} = E_{AB}$; $V_{ca} = E_{CA}$; $V_{bc} = E_{BC}$ $\therefore$

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{120\angle 0°}{\dfrac{(5\angle 0°)(5\angle -90°)}{5 - j5}} = \frac{120\angle 0°}{\dfrac{25\angle -90°}{7{,}071\angle -45°}} = \frac{120\angle 0°}{3{,}54\angle -45°} = 33{,}9\angle 45°\,\text{A};$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{120\angle 120°}{3{,}54\angle -45°} = 33{,}9\angle 165°\,\text{A};$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{120\angle -120°}{3{,}54\angle -45°} = 33{,}9\angle -75°\,\text{A};$$

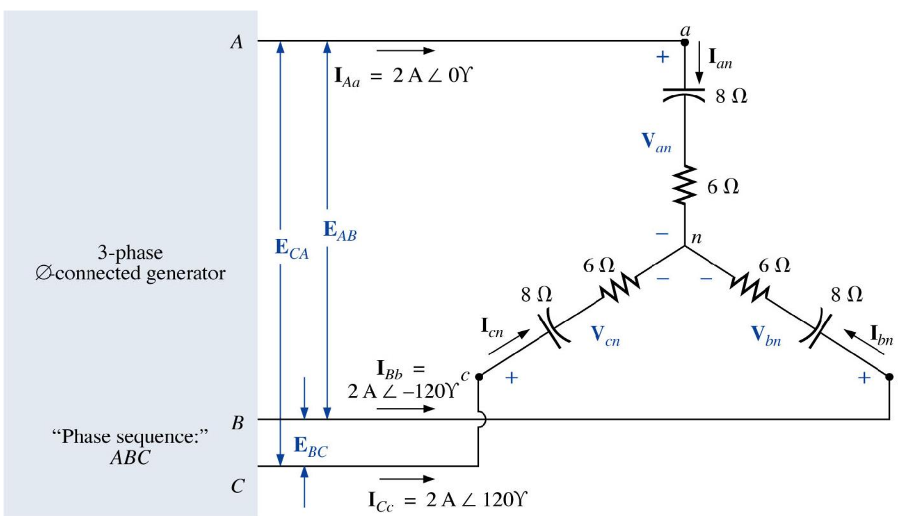
$c)$ $I_L = \sqrt{3}\,I_\Phi = (1{,}73)(34) = 58{,}82\,\text{A} \Rightarrow I_{Aa} = I_{Bb} = I_{Cc} = 58{,}82\,\text{A}.$

<u>Sistemas Δ – Y</u>:

<u>Exemplo</u>:

Para o sistema abaixo, determine:

a) as tensões de fase da carga;
b) o módulo das tensões de linha.



$a)$ $I_{\Phi L} = I_L \Rightarrow I_{an} = I_{Aa} = 2\angle 0°\,\text{A}$; $I_{bn} = I_{Bb} = 2\angle -120°\,\text{A}$; $I_{cn} = I_{Cc} = 2\angle 120°\,\text{A}$;

$V_{an} = I_{an} Z_{an} = (2\angle 0°)(10\angle -53{,}13°) = 20\angle -53{,}13°\,\text{V}$;

$V_{bn} = I_{bn} Z_{bn} = (2\angle -120°)(10\angle -53{,}13°) = 20\angle -173{,}13°\,\text{V}$;

$V_{cn} = I_{cn} Z_{cn} = (2\angle 120°)(10\angle -53{,}13°) = 20\angle 66{,}87°\,\text{V}$;

$b)$ $E_L = \sqrt{3}\,V_\Phi = (1{,}73)(20) = 34{,}6\,\text{V} \Rightarrow E_{BA} = E_{CB} = E_{AC} = 34{,}6\,\text{V}.$